Distribusi Weibull-Normal{Log-Logistik} dan Aplikasinya (Studi Kasus Data Waktu Bertahan Hidup Pasien Penderita Jantung Koroner yang Diberikan *Treatment Bypass*)

Winda Sari Sukarna*, Nar Herrhyanto dan Fitriani Agustina

Departemen Pendidikan Matematika
Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Pendidikan Indonesia
*Surel: windasarisukarna10@gmail.com

ABSTRAK. Penelitian ini bertujuan menggabungkan distribusi Weibull, normal, dan log-logistik dengan metode transformasi transformator untuk mendefinisikan distribusi Weibull-normal{log-logistik} (WNLL). Distribusi WNLL akan diaplikasikan untuk menganalisis data waktu bertahan hidup pasien penderita jantung koroner yang diberikan *treatment bypass*. Penelitian ini termasuk statistika terapan yang berkaitan dengan analisis data uji hidup. Hasil penelitian menunjukkan distribusi WNLL memiliki nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) yang paling kecil dibandingkan ketiga distribusi lainnya, maka distribusi WNLL dipilih menjadi distribusi untuk data waktu bertahan hidup pasien penderita jantung koroner yang diberikan *treatment bypass* yang akan digunakan untuk analisis lebih lanjut.

Kata Kunci: Distribusi WNLL dan aplikasinya, Penderita jantung koroner yang diberikan *treatment bypass*

Weibull-Normal{Log-Logistic} Distribution and Its Application (Case Study: Survival Time Data of Patients With Coronary Heart Disease Were Given Bypass Treatment)

ABSTRACT. *The purpose of this paper is to combine Weibull distribustion, normal distribution, and log-logistic distribution using the transformed-transformator method and to define Weibull-normal{log-logistic} distribution (WNLL). WNLL distribution will be applied to analyze the survival time data of patients with coronary heart disease were given bypass treatment. This paper includes applied statistics that related to the analysis of survival data. The results showed that the WNLL distribution has the smallest Akaike Information Criterion AIC value from the other three distributions, so the WNLL distribution was chosen to be the distribution for the survival time data of patients with coronary heart disease were given bypass treatment which would be used for further analysis.*

Keywords: *WNLL distribution and its application, Patients with coronary heart disease were given bypass treatment*

e-ISSN: 2528-4231
p-ISSN: 2776-480X

1. PENDAHULUAN

Perkembangan ilmu pengetahuan dalam distribusi statistik ditandai dengan adanya minat baru dalam mengembangkan distribusi statistik yang lebih fleksibel. Pengembangan distribusi statistik baru terbagi atas dua periode waktu, yaitu sebelum tahun 1980 terdiri atas tiga metode yaitu metode persamaan diferensial oleh Pearson (1895), metode transformasi oleh Johnson (1949), dan metode fungsi kuantil oleh Tukey (1960). Sejak 1980, metodologi untuk menghasilkan distribusi baru bergeser pada penambahan parameter ke distribusi yang ada atau menggabungkan distribusi yang ada yang dikenal sebagai 'metode kombinasi'. Terdapat lima metode umum kombinasi, yaitu metode yang menghasilkan distribusi miring, metode penambahan parameter, metode generalisasi distribusi beta, metode transformasi transformator, dan metode komposit [1]. Pada penelitian ini, peneliti tertarik untuk membahas mengenai metode transformasi transformator yang akan mengkombinasikan 3 buah distribusi kontinu, yaitu distribusi Weibull, normal, dan log-logistik.

Distribusi Weibull terkenal sebagai distribusi yang fleksibel. Salah satu fleksibilitasnya dapat dilihat dari perubahan distribusi ini menjadi distribusi lainnya, seperti distribusi eksponensial dengan parameter bentuknya bernilai 1. Distribusi Weibull merupakan salah satu model data statistik yang memiliki jangkauan luas dari aplikasi dalam uji hidup dan teori reliabilitas dengan kelebihan utamanya adalah menyajikan keakuratan kegagalan meskipun dengan sampel yang sangat kecil [2]. Distribusi log-logistik merupakan alternatif untuk distribusi log-normal dan Weibull dalam analisis data *survival*. Distribusi log-logistik dapat menunjukkan fungsi tingkat kegagalan yang menurun secara monoton untuk beberapa nilai parameter [3]. Distribusi normal merupakan distribusi peluang kontinu yang paling banyak digunakan dalam berbagai analisis statistika, seperti dijadikan asumsi klasik dalam berbagai pengujian. Distribusi normal menjadi standar yang digunakan dalam statistika modern, sehingga memiliki peran penting dalam menghasilkan distribusi baru [4].

2. METODE

2.1. Metode Transformasi Transformator

Nicholas Eugene pada tahun 2002 mengusulkan penggeneralisasian distribusi Beta dengan distribusi Beta sebagai generator. Fungsi distribusi kumulatif (*cdf*) dari keluarga distribusi Generalisasi Beta didefinisikan sebagai berikut:

$$G(x) = \int_0^{F(x)} b(t)dt;\ 0 < x < 1, \qquad (2.1)$$

dengan $b(t)$ adalah fungsi kepadatan peluang (*pdf*) dari peubah acak yang berdistribusi beta dan $F(x)$ adalah *cdf* dari peubah acak kontinu X dengan sembarang distribusi peluang kontinu. Dapat dikatakan bahwa $F(x)$ sebagai distribusi induk dan $b(t)$ sebagai distribusi generator [5].

Distribusi generalisasi beta hanya terbatas pada distribusi dengan peubah acak dari 0 sampai 1 sebagai generator. Dengan keterbatasan tersebut, Alzaatreh *et al* pada tahun 2013 mengusulkan metode transformasi transformator untuk menggeneralisasi $b(t)$ yang merupakan distribusi Beta pada persamaan (2.1) dengan sembarang distribusi peluang kontinu yang bertujuan memperluas interval dari nilai-nilai peubah acak.

Misalkan $f_T(t)$ adalah *pdf* dari suatu peubah acak $T \in (a,b), -\infty < a < b < \infty$, dengan sembarang distribusi peluang kontinu. Misalkan pula $W(F_X(x))$ adalah fungsi dari *cdf* dari peubah acak X dengan sembarang distribusi peluang kontinu. Berikut kondisi-kondisi yang harus dipenuhi fungsi $W(F_X(x))$:

i. $W\big(F_X(x)\big) \in (a,b)$.
ii. $W\big(F_X(x)\big)$ terdiferensial pada (a,b) dan merupakan fungsi monoton naik.
iii. $W\big(F_X(x)\big) \to a$ jika $x \to -\infty$ dan $W\big(F_X(x)\big) \to b$ jika $x \to \infty$.

Sehingga *cdf* yang baru dapat dituliskan sebagai berikut:

$$G(x) = \int_a^{W(F_X(x))} f_T(t)dt = F_T\big(W(F_X(x))\big);\ -\infty < x < \infty, \tag{2.2}$$

[6]. Persamaan (2.2) merupakan *cdf* dari keluarga distribusi T-X. Fungsi $W(F_X(x))$ yang berbeda akan menghasilkan *cdf* yang berbeda juga untuk keluarga distribusi T-X. Apabila X peubah acak diskrit, maka distribusi baru yang dihasilkan pun diskrit dan apabila X peubah acak kontinu, maka distribusi baru yang dihasilkan pun kontinu.

Istilah 'transformasi tranformator' digunakan untuk transformasi dari fungsi $F_X(x)$ menjadi $W(F_X(x))$ dan kemudian dari $W_X\big(F(x)\big)$ menjadi $Q_X(p)$. Ketiga fungsi tersebut merupakan transformator untuk menghasilkan keluarga distribusi yang baru [6].

Keluarga distribusi T-X kemudian dikembangkan menjadi keluarga distribusi T-X{Y} dengan menggunakan fungsi kuantil dari peubah acak Y dengan sembarang distribusi peluang kontinu. Misalkan S adalah *cdf* dari peubah acak $Y \in (a,b)$ dengan sembarang distribusi

e-ISSN: 2528-4231
p-ISSN: 2776-480X

peluang kontinu. Fungsi *invers* dari *cdf* peubah acak *Y* atau yang dikenal dengan fungsi kuantil didefinisikan sebagai berikut:

$$Q_Y(p) = \inf\{x \in \mathbb{R}: S_Y(x) \geq p\}, p \in (0,1). \quad (2.3)$$

Jika $S_Y(x)$ kontinu dan monoton naik, maka $Q_Y(p) = S_Y^{-1}(x)$ juga kontinu dan monoton naik.

Pada keluarga distribusi T-X, fungsi *W* didefinisikan sebagai sembarang fungsi, namun pada keluarga distribusi T-X{Y} fungsi *W* lebih khusus didefinisikan sebagai fungsi kuantil dari peubah acak *Y*, $Q_Y\big(F_X(x)\big)$. Sehingga *cdf* dari keluarga distribusi T-X{Y} dengan menggunakan fungsi kuantil Q_Y didefinisikan sebagai berikut:

$$G(x) = \int_a^{Q_Y(F_X(x))} f_T(t)dt = F_T\big(Q_Y(F_X(x)\big); -\infty < x < \infty. \quad (2.4)$$

Selanjutnya, jika diasumsikan *pdf* dari peubah acak *Y*, $s_Y(x) > 0$ untuk semua *x* di persekitaran dari $Q_Y(p)$ dengan $p \in (0,1)$, maka $\frac{d}{dp}Q_Y(p)$ ada dan sama dengan $\left[p\big(Q_Y(p)\big)\right]^{-1}$. Untuk menghindari penggunaan notasi *X* yang berulang, maka penamaan T-X{Y} berganti menjadi T-R{Y} [6].

Misalkan *X* peubah acak kontinu yang berasal dari keluarga distribusi T-R{Y}. Berdasarkan [5], *cdf* dari peubah acak *X* didefinisikan sebagai berikut:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{Q_Y(F_R(x))} f_T(t)dt = F_T\{Q_Y\big(F_R(x)\big)\}. \quad (2.5)$$

dengan

F_T dan f_T	: *cdf* dan *pdf* dari peubah acak *T*
Q_Y	: fungsi kuantil dari peubah acak *Y*
F_R	: *cdf* dari peubah acak *R*

2.2. Distribusi Weibull-normal{log-logistik} (WNLL)

Distribusi WNLL merupakan salah satu distribusi dari keluarga distribusi T-R{Y}. Keluarga distribusi T-R{Y} merupakan perkembangan dari keluarga distribusi T-X yang dihasilkan dengan menggunakan metode transformasi transformator. Pada distribusi WNLL, distribusi Weibull berperan sebagai generator, melibatkan parameter dari distribusi Weibull dan distribusi normal, dan menggunakan fungsi kuantil distribusi log-logistik dengan diasumsikan nilai setiap parameternya sama dengan 1.

2.2.1. Fungsi Distribusi Kumulatif (*cdf*)

Misalkan $T \sim Wei(c, \gamma)$ dengan *cdf* sebagai berikut:

$F_T(x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x}{\gamma}\right)^c\right\}$, untuk $x > 0$ dan $c, \gamma > 0$.

(2.6)

Misalkan $R \sim N(\mu, \sigma^2)$ dengan *cdf* $\Phi(x)$ dan *pdf* $\varphi(x)$.

(2.7)

Misalkan $Y \sim LL(\alpha = 1, \lambda = 1)$ dengan fungsi kuantil sebagai berikut:

$x = Q_Y(p) = \frac{p}{1-p}$.

Substitusikan $\Phi(x)$ ke p, sehingga diperoleh $\mathrm{Q_Y}(\Phi(x)) = \frac{\Phi(x)}{1-\Phi(x)}$.

(2.8)

Substitusikan persamaan (2.6), (2.7), dan (2.8) ke persamaan (2.5), sehingga diperoleh *cdf* dari peubah acak $X \sim WNLL(\mu, \sigma, c, \gamma)$ yaitu sebagai berikut:

$F_X(x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{\Phi(x)}{\gamma(1-\Phi(x))}\right)^c\right\}$, untuk $-\infty < x < \infty$,

(2.9)

dengan $\Phi(x)$ adalah *cdf* dari distribusi normal dengan parameter μ dan σ^2.

2.2.2. Fungsi Kepadatan Peluang (*pdf*)

Misalkan $X \sim WNLL(\mu, \sigma, c, \gamma)$. Berdasarkan definisi *pdf* yaitu $f_X(x) = \frac{\partial F_X(x)}{\partial x}$, maka diperoleh

$f_X(x) = \frac{c}{\gamma^c}\left(\frac{\varphi(x)}{[1-\Phi(x)]^2}\right)\left(\frac{\Phi(x)}{[1-\Phi(x)]}\right)^{c-1} \exp\left\{-\left(\frac{\Phi(x)}{\gamma[1-\Phi(x)]}\right)^c\right\}, -\infty < x < \infty$ (2.10)

dengan $\varphi(x)$ dan $\Phi(x)$ berturut-turut adalah *pdf* dan *cdf* dari distribusi normal dengan parameter μ dan σ^2.

2.2.3. Fungsi Pembangkit Momen (*MGF*)

Misalkan $X \sim WNLL(\mu, \sigma, c, \gamma)$. Jika *mgf X*, $M_X(t)$, ada dan terbatas untuk setiap bilangan riil $t \in [-h, h] \subseteq \mathbb{R}$, dengan $h > 0$, maka $M_X(t)$ didefinisikan sebagai berikut:

$M_X(t) =$
$\frac{c}{\gamma^c}\int_{-\infty}^{\infty} \exp(tX)\left(\frac{\varphi(x)}{[1-\Phi(x)]^2}\right)\left(\frac{\Phi(x)}{[1-\Phi(x)]}\right)^{c-1} \exp\left\{-\left(\frac{\Phi(x)}{\gamma[1-\Phi(x)]}\right)^c\right\} dx$
(2.11)
dengan $\varphi(x)$ dan $\Phi(x)$ berturut-turut adalah *pdf* dan *cdf* dari distribusi normal dengan parameter μ dan σ^2.
Dengan *mgf* dapat ditentukan momen ke-*r*, ekpektasi, dan variansi.
$M_X(0) = 1$
$M'_X(0) = E(X)$
$M'_X(0) = E(X^2)$
$\vdots$
$M_X^{(n)}(0) = E(X^n)$

2.2.4. Fungsi Kuantil

Misalkan $X \sim WNLL(\mu, \sigma, c, \gamma)$ dengan *cdf* $F_X(x)$. Jika $p \in (0,1)$, maka p-kuantil dari X $\big($dinotasikan $Q_X(p)\big)$ adalah $Q_X(p) = \inf\{x \in \mathbb{R} : F_X(x) \geq p\}$. Fungsi kuantil dari suatu distribusi merupakan fungsi *invers* dari *cdf*-nya. Dengan menyelesaikan persamaan $F_X(x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{\Phi(x)}{\gamma(1-\Phi(x))}\right)^c\right\} = p$ untuk *x*, maka akan diperoleh bentuk fungsi kuantil dari distribusi WNLL yaitu sebagai berikut:

$$Q_Y(p) = \Phi^{-1}\left(\frac{\gamma(-\ln(1-p))^{\frac{1}{c}}}{\left(1+\gamma(-\ln(1-p))^{\frac{1}{c}}\right)}\right)$$
(2.12)
dengan Φ^{-1} adalah fungsi *invers* dari *cdf* distribusi normal dengan parameter μ dan σ^2.

2.2.5. Fungsi *Survival*

Misalkan $X \sim WNLL(\mu, \sigma, c, \gamma)$ peubah acak non-negatif yang menyatakan waktu ketahanan hidup dengan *cdf* $F_X(x) = P(X \leq x)$. Fungsi *survival* merupakan komplemen dari *cdf*, menyatakan peluang objek dapat bertahan hidup melebihi waktu *x* yang diberikan. Fungsi *survival* dari peubah acak *X* didefinisikan sebagai berikut:

$$S_X(x) = 1 - F_X(x) = P(X > x) = \exp\left\{-\left(\frac{\Phi(x)}{\gamma[1-\Phi(x)]}\right)^c\right\},$$
(2.13)

dengan $\Phi(x)$ adalah *cdf* dari distribusi normal dengan parameter mean μ dan σ^2.

2.2.6. Fungsi Hazard

Misalkan $X \sim WNLL(\mu, \sigma, c, \gamma)$ peubah acak non-negatif yang meyatakan waktu ketahanan hidup dengan *pdf* $f_X(x) = P(X = x)$ dan fungsi *survival* $S_X(x) = P(X > x)$. Fungsi Hazard menyatakan laju peluang suatu objek mengalami kegagalan di dalam interval waktu yang sangat kecil, dengan diasumsikan bahwa objek tersebut belum mengalami kegagalan sampai waktu *x*, atau sebagai limit dari peluang gagal dalam interval yang sangat kecil $(x, x + \Delta x)$. Fungsi Hazard dari peubah acak *X* didefinisikan sebagai berikut:

$$h(x) = \frac{c}{\gamma^c}\left(\frac{\varphi(x)}{[1-\Phi(x)]^2}\right)\left(\frac{\Phi(x)}{1-\Phi(x)}\right)^{c-1}, \tag{2.14}$$

dengan $\varphi(x)$ dan $\Phi(x)$ berturut-turut adalah *pdf* dan *cdf* dari distribusi normal dengan parameter mean μ dan σ^2.

2.2.7. Pengestimasian Parameter dengan *Maximum Likelihood Estimation*

Misalkan $X \sim WNLL(\mu, \sigma, c, \gamma)$ peubah acak berukuran *n*. Untuk mengestimasi parameter, diperlukan pendefinisian fungsi *likelihood* yang dinotasikan dengan $L(x; c, \gamma, \mu, \sigma^2)$ yang merupakan *pdf* gabungan dari parameter-parameter tersebut. Nilai estimasi parameter yang diperoleh haruslah dapat dilakukan dengan memaksimumkan fungsi *ln-likelihood*, dikarenakan memaksimumkan nilai fungsi $L(x; c, \gamma, \mu, \sigma^2)$ secara langsung dirasa akan sulit. Berikut fungsi *ln-likelihood* peubah acak *X*:

$$\ln L(x; c, \gamma, \mu, \sigma) = \sum_{i=1}^{n}\left\{\ln\frac{c}{\gamma^c} + \ln\varphi(x_i) - (c+1)\ln[1 - \Phi(x_i)] + (c-1)\ln\Phi(x_i) - \left(\frac{\Phi(x_i)}{\gamma[1-\Phi(x_i)]}\right)^c\right\}. \tag{2.15}$$

Kemudian tentukan turunan parsial pertama $\ln L(x; c, \gamma, \mu, \sigma)$ terhadap masing-masing parameter dan samadengankan 0.

$$\frac{\partial \ln L(x;c,\gamma,\mu,\sigma)}{\partial c} = \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{1}{c} - \ln\gamma - \ln[1 - \Phi(x_i)] + \ln\Phi(x_i) - \left(\frac{\Phi(x_i)}{\gamma[1-\Phi(x_i)]}\right)^c \ln\left(\frac{\Phi(x_i)}{\gamma[1-\Phi(x_i)]}\right)\right\} = 0 \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial \ln L(x;c,\gamma,\mu,\sigma)}{\partial \gamma} = \sum_{i-1}^{n}\left\{\left(\frac{\Phi(x_i)}{\gamma[1-\Phi(x_i)]}\right)^{c} - 1\right\}\frac{c}{\gamma} = 0$$

(2.17)

$$\frac{\partial \ln L(x;c,\gamma,\mu,\sigma)}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{x_i-\mu}{\sigma^2} + \frac{\partial\Phi(x_i)}{\partial\mu}\left[\frac{c+1}{1-\Phi(x_i)} + \frac{c-1}{\Phi(x_i)} - \frac{c}{\gamma[1-\Phi(x_i)]^2}\left(\frac{\Phi(x_i)}{\gamma[1-\Phi(x_i)]}\right)^{c-1}\right]\right\} = 0$$

(2.18)

$$\frac{\partial \ln L(x;c,\gamma,\mu,\sigma)}{\partial \sigma} = \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{1}{\sigma}\left[\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2 - 1\right] + \frac{\partial\Phi(x_i)}{\partial\sigma}\left[\frac{c+1}{1-\Phi(x_i)} + \frac{c-1}{\Phi(x_i)} - \frac{c}{\gamma[1-\Phi(x_i)]^2}\left(\frac{\Phi(x_i)}{\gamma[1-\Phi(x_i)]}\right)^{c-1}\right]\right\} = 0,$$

(2.19)

dengan

$$\frac{\partial\Phi(x_i)}{\partial\mu} = -\varphi(x) \text{ dan } \frac{\partial\Phi(x_i)}{\partial\sigma} = -\frac{(x_i-\mu)\varphi(x)}{\sigma}$$

dan $\varphi(x)$ dan $\Phi(x)$ berturut-turut adalah fungsi kepadatan peluang dan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal dengan parameter μ dan σ^2.

Untuk menentukan perkiraan awal untuk setiap nilai parameter yaitu dengan mentransformasikan peubah acak sebagai peubah acak dari distribusi normal dan Weibull. Nilai parameter μ dan σ^2 diestimasi dengan nilai mean $\bar{x}$ dan standar deviasi s. Metode momen diterapkan untuk mengestimasi parameter distribusi Weibull, c dan γ, dan diperoleh $c_* = \frac{\pi}{6s_{\log(y_i)}}$ dan $\gamma_* = \exp(-\bar{y}_{\log(y_i)} - \frac{\delta}{c_*})$, dengan $s_{\log(y_i)}$dan $\bar{y}_{\log(y_i)}$ beturut-turut adalah standar deviasi dan mean dari sampel acak untuk $\log(y_i)$ dan δ adalah konstanta Euler.

Persamaan (2.16), (2.17), (2.18), dan (2.19) merupakan persamaan non linear, sehingga untuk mendapatkan solusi dari persamaan tersebut digunakan metode Newton-Raphson dengan melakukan iterasi pada matriks Jacobian yang elemennya merupakan turunan parsial kedua dari $\ln L(x; c, \gamma, \mu, \sigma)$ terhadap masing-masing parameter. Iterasi dilakukan hingga mendapatkan nilai estimasi yang konvergen.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengaplikasian distribusi WNLL terhadap data dilakukan dengan bantuan *software* Rstudio. Berikut merupakan langkah pemrograman untuk pengaplikasian distribusi Weibull, normal, log-logistik, dan Weibull-normal{log-logistik} pada data waktu bertahan hidup pasien penderita jantung koroner yang diberikan *treatment bypass*.

1. Data

   Data yang digunakan pada pada penelitian ini adalah data waktu bertahan hidup pasien penderita jantung koroner yang diberikan *treatment bypass*. Data tersebut merupakan data sekunder yang diperoleh dari artikel yang terdapat pada [7].

Tabel 3.1. Data waktu bertahan hidup pasien penderita jantung koroner yang diberikan *treatment bypass* [7]

No.	Waktu Bertahan Hidup (bulan)	No.	Waktu Bertahan Hidup (bulan)	No.	Waktu Bertahan Hidup (bulan)
1.	32	8.	65	15.	116
2.	33	9.	78	16.	146
3.	42	10.	87	17.	161
4.	42	11.	87	18.	173
5.	56	12.	93	19.	178
6.	56	13.	102	20.	182
7.	60	14.	116		

2. Tentukan nilai estimasi awal parameter distribusi Weibull, normal, log-logistik, dan Weibull-normal{log-logistik}.
3. Definisikan fungsi distribusi kumulatif $F(x)$, fungsi kepadatan peluang $f(x)$, dan fungsi kuantil $Q(p)$ distribusi Weibull, normal, log-logistik, dan Weibull-normal{log-logistik}.
4. Tentukan nilai estimasi parameter distribusi Weibull, normal, log-logistik, dan Weibull-normal{log-logistik} dengan metode Newton Raphson dan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).

Tabel 3.2. Nilai estimasi parameter distribusi Weibull, normal, log

No.	Distribusi	Estimasi Parameter					
		μ	σ^2	c	γ	α	λ
1.	Weibull	-	-	2,1025	108,0826	-	-
2.	Normal	95,2500	2372,3874	-	-	-	-
3.	Log-logistik	-	-	-	-	3,0466	83,7290

4.	Weibull-normal{log-logistik}	125,3639	48,1648	0,0303	1,7546	-	-

logistik, dan Weibull-normal{log-logistik} berdasarkan data

5. Lakukan uji KS untuk distribusi Weibull, normal, log-logistik, dan Weibull-normal{log-logistik}.

Tabel 3.3. Nilai statistik uji KS dan AIC distribusi Weibull, normal, log logistik,dan Weibull-normal{log-logistik}

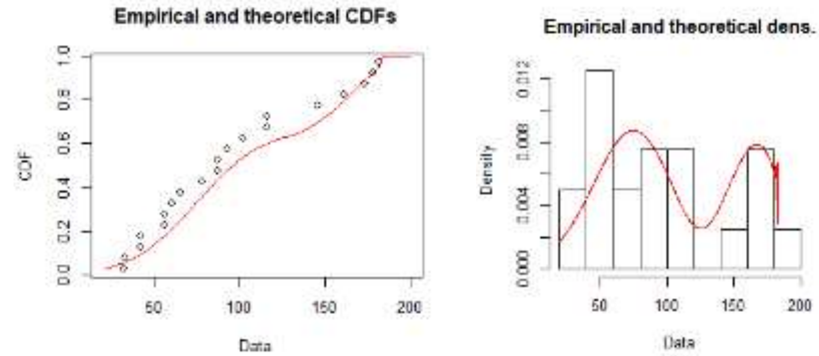
No.	**Distribusi**	**Nilai Statistik Uji KS**	**AIC**
1.	Weibull	0,1094	213,3788
2.	Normal	0,1327	216,1906
3.	Log-logistik	0,0947	214,7464
4.	Weibull-normal{log-logistik}	0,1524	213,1929

6. Jika nilai statistik uji KS dari suatu distribusi lebih besar dari nilai statistik kritis uji KS, maka distribusi tersebut tidak diikutsertakan dalam analisis lanjutan. Jika nilai statistik uji KS lebih kecil dari nilai statistik kritis, maka distribusi diikutsertakan dalam analisis lanjutan.

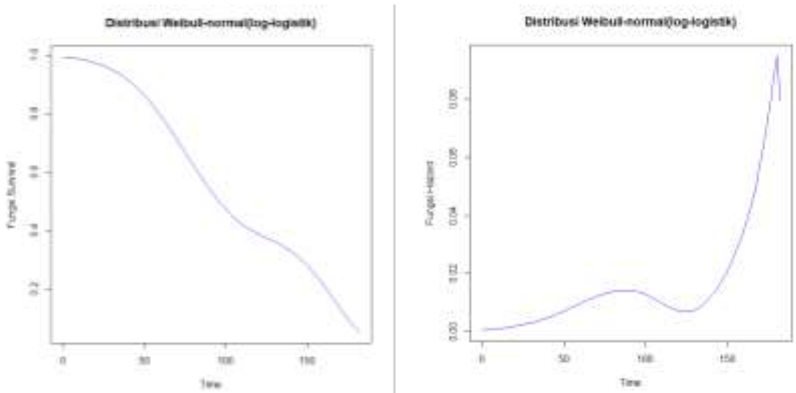
   Berdasarkan Tabel 3.2 diketahui bahwa nilai statistik uji dari keempat distribusi kurang dari 0,294 (nilai statistik kritis uji KS), maka keempat distribusi tersebut cocok untuk data waktu bertahan hidup pasien penderita jantung koroner yang diberikan *treatment bypass*.
7. Jika banyak distribusi yang lolos uji KS lebih dari 1, maka dilakukan perbandingan nilai AIC untuk memilih distribusi terbaik. Distribusi dengan nilai AIC yang paling kecil yang dipilih [8].

   Berdasarkan Tabel 3.2 diketahui bahwa distribusi WNLL memiliki nilai AIC yang paling kecil dibandingkan ketiga distribusi lainnya, maka distribusi WNLL dipilih menjadi distribusi untuk data waktu bertahan hidup pasien penderita jantung koroner yang diberikan *treatment bypass* yang akan digunakan untuk analisis lebih lanjut.
8. Untuk i = 1 s/d n, tentukan nilai $F(x_i)$, $f(x_i)$, $E(X)$, $Var(X)$, dan $Q(p)$.
9. Definisikan fungsi *survival* $S(x)$ dan fungsi Hazard $h(x)$.
10. Untuk i = 1 s/d n, tentukan nilai $S(x_i)$ dan $h(x_i)$.

11. Gambarkan grafik estimasi $F(x)$, $f(x)$, $S(x)$, dan $h(x)$.



Gambar 3.1. Grafik estimasi *cdf* dan *pdf* distribusi WNLL berdasarkan data



Gambar 3.2. Grafik estimasi fungsi *survival* dan fungsi Hazard distribusi WNLL berdasarkan data

4. KESIMPULAN

Distribusi Weibull-normal{log-logistik} adalah distribusi terbaik untuk data waktu bertahan hidup pasien penderita jantung koroner yang diberikan *treatment bypass* dengan nilai AIC sebesar 213,1929 dan nilai estimasi parameter $\mu = 125{,}3639$, $\sigma^2 = 48{,}1648$, c =0,0303, dan $\gamma = 1{,}7546$.

Data waktu bertahan hidup pasien penderita jantung koroner yang diberikan *treatment bypass* memiliki bentuk grafik estimasi fungsi distribusi kumulatif yang terus meningkat seiring dengan bertambahnya lama waktu bertahan hidupnya. Grafik estimasi fungsi kepadatan peluang yang mula-mula meningkat, kemudian menurun pada waktu ± 78 bulan, kemudian kembali

e-ISSN: 2528-4231
p-ISSN: 2776-480X

meningkat pada waktu ± 116 bulan, dan kemudian menurun kembali pada waktu ± 173 bulan. Kuantil untuk $p =$ 0,5 atau median berada pada $x =$95,7326 ≈ 96 bulan. Nilai ekspektasi atau rata-rata hidup dalam rentang waktu 0 – 182 bulan sebesar 95,54 ≈ 96 bulan dengan nilai variansi sebesar 2.653. Grafik estimasi fungsi *survival* yang terus menurun seiring dengan bertambahnya lama waktu bertahan hidup. Grafik estimasi fungsi Hazard yang mula-mula meningkat, kemudian menurun pada ± 87 bulan, kemudian kembali meningkat pada waktu ± 116 bulan, dan kembali menurun pada waktu ± 178 bulan.

5. DAFTAR PUSTAKA

[1] Lee, C., Famoye, F., & Alzaatreh, a. A. (2013). Methods for Generating Families of Univariate Continuous Distributions In The Recent Decades. *WIREs Computational Statistics*, 219-238.

[2] Otaya, L. G. (2016). Distribusi Probabilitas Weibull Dan Aplikasinya. *Jurnal Manajemen Pendidikan Agama Islam Vol.4(2)*, 44-66.

[3] Santana, T. V., Ortega, E. M., Cordeiro, G. M., & Silva, a. G. (2012). The Kusmaraswamy-Log-Logistic Distribution. *Journal of Statistical Theory and Applications* , 265-291.

[4] Purba, D. P., Simanjuntak, R. N., Sibuea, A. M., & Sihombing, Y. (2019). Pengaruh Capital Structure (DER), Total Asset Turnover (TATO) Dan Net Profit Margin (NPM), Terhadap Harga Saham Pada Sektor Consumer Goods Industry Yang Terdaftar Di Bursa Efek Indonesia. *Jurnal Mutiara Manajemen*, *4*(1), 301-315.

[5] Alzaatreh, A., Lee, C., & Famoye, F. (2014). T-Normal Family of Distributions: A New Approach To Generalize The Normal Distribution. *Journal of Statistical Distributions and Applications*, 1-16.

[6] Aljarrah, M. A., Lee, C., & Famoye, F. (2014). On Generating T-X Family of Distributions Using Quantile Functions . *Journal of Statistical Distributions and Applications* , 1-17.

[7] Lukitasari, A. D., Setiawan, A., & Sasongko, L. R. (2015). Bayesian Survival Analysis untuk Mengestimasi Parameter Model Weibull-Regression Pada Kasus Ketahanan Hidup Pasien Penderita Jantung Koroner. *JdC Vol.4(1)*, 25-33.

[8] Cavanaugh, J. E., & Neath, A. A. (2019). The Akaike Information Criterion: Background, Derivation, Properties, Application, Interpretation, and Refinements. *WIREs Computational Statistics Vol.11(3)*.