



Analisis Kestabilan Pemodelan Matematika Penyebaran Covid-19 dengan Adanya Individu *Carrier* dan Pengaruh Isolasi di DKI Jakarta

Sarah Disviana*, Eti Dwi Wiraningsih, Ibnu Hadi

Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Jakarta, Indonesia

*Correspondence: E-mail: sarahdisviana_1305617014@mhs.unj.ac.id

ABSTRAK

Dalam penelitian ini, dibentuk model matematika yang menggambarkan penyebaran Covid-19 di DKI Jakarta yang terdiri atas kompartemen rentan, kompartemen terinfeksi bergejala, kompartemen terinfeksi tidak bergejala, kompartemen isolasi di rumah, kompartemen isolasi di rumah sakit dan kompartemen sembuh. Selanjutnya, akan dianalisis titik kesetimbangan bebas penyakit untuk mengetahui kestabilannya dan akan dilakukan simulasi dengan bantuan maple software dan octave. pada model yang sudah dibentuk. Setelah dilakukan simulasi dengan menggunakan data Covid-19 di DKI Jakarta sampai tanggal 5 Juli 2021, dihasilkan nilai angka reproduksi dasar sebesar 0,04152673249 yang berarti bahwa angka reproduksi dasar kurang dari satu. Hal ini menunjukkan penyebaran Covid-19 secara perlahan akan menghilang.

© 2021 Kantor Jurnal dan Publikasi UPI

INFORMASI ARTIKEL

Sejarah Artikel:

Diterima 7 Agustus 2021

Direvisi 20 Agustus 2021

Disetujui 18 September 2021

Tersedia online 1 November 2021

Dipublikasikan 1 Desember 2021

Kata Kunci:

Angka Reproduksi Dasar,
Covid-19,
Kestabilan,
Pemodelan Matematika.

ABSTRACT

In this research, a mathematic model which describe Covid-19 spreading in DKI Jakarta is constructed. The model consists of susceptible compartment, symptomatic infection compartment, asymptomatic infection compartment, self isolation compartment, isolation at hospital compartment and recover compartment. Next, the disease free stability point will be analyzed to know the stability and simulation will be carried out with the help of maple software and octave on the model that has been formed. After doing the simulation using Covid-19 data in Jakarta until July 5th, 2021, the value of basic reproduction number is 0,04152673249 which means that basic reproduction value less than one. This shows the spread of Covid-19 will slowly disappear.

© 2021 Kantor Jurnal dan Publikasi UPI

Keywords:

Basic Reproduction Number,
Covid-19,
Mathematic Modelling,
Stability.

1. PENDAHULUAN

Pada penghujung tahun 2019 telah ditemukan penyakit baru di salah satu kota di RRC (Republik Rakyat Cina) yaitu di Wuhan. Awalnya, penyakit tersebut hanya menular di sekitar wilayah Wuhan saja, namun dunia digemparkan karena penyebaran penyakit tersebut sangat pesat dan sudah menyebar di negara-negara besar. Penyakit tersebut adalah penyakit Koronavirus 2019. Penyakit Koronavirus 2019 atau yang biasa dikenal sebagai Covid-19 adalah penyakit menular yang disebabkan oleh virus SARS-CoV-2 (*Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2*) (Berlit, 2020).

Pada awal Maret 2020, pemerintah Indonesia mengumumkan kasus Covid-19 di Indonesia untuk pertama kalinya yang membuat gempar penduduk Indonesia. Penyakit ini dinyatakan oleh WHO sebagai pandemi, yaitu penyakit yang penyebarannya menyebar di seluruh dunia.

Belum tentu pasti apa saja gejala-gejala bagi penderita Covid-19, tetapi banyak penderitanya yang dinyatakan positif mengalami sakit tenggorokan, demam tinggi, batuk kering, pilek, bersin-bersin, dan pada penderita yang sudah mempunyai riwayat penyakit biasanya Covid-19 akan memperburuk penyakit tersebut bahkan bisa terjadi kegagalan multiorgan. Bahkan, ada beberapa kasus ditemukan individu positif Covid-19 tanpa gejala atau bisa disebut individu carrier. Infeksi menyebar dari percikan (droplet) dari saluran pernapasan yang biasa dihasilkan dari batuk atau bersin (Refialdinata, 2020). Salah satu tindakan yang dilakukan untuk menanggulangi penyebaran Covid-19 ini adalah dengan cara melakukan isolasi bagi individu yang positif Covid-19.

Perkembangan teknologi yang semakin maju tidak lepas dari adanya peran matematika di dalamnya. Matematika sangat berguna bagi kehidupan manusia. Tanpa dipungkiri segala aktivitas yang kita lakukan pasti berkaitan dengan matematika. Salah satu cabang ilmu dari matematika adalah Pemodelan Matematika. Proses pemodelan matematika mengambil masalah-masalah yang ada di dunia nyata kemudian dirumuskan ke dalam model matematika menggunakan variabel-variabel serta parameter-parameter yang dianalisis secara tepat untuk mendapatkan sesuatu yang bermanfaat. Salah satu masalah di dunia nyata yang dapat dirumuskan ke dalam model matematika adalah penyebaran Covid-19.

Penelitian mengenai pemodelan penyebaran Covid-19 dengan pengaruh isolasi sebelumnya telah dilakukan oleh Zeb et al. (2020) yang membahas penyebaran Covid-19 dengan kompartemen susceptible, exposed, Infected, quarantined, dan recovered. Penyebab terjadinya pandemi Covid-19 karena kontak antar individu. Diberlakukannya isolasi bagi individu yang terinfeksi dapat mencegah penyebaran pandemi Covid-19 (Zeb et al. 2020).

Penelitian lain dilakukan oleh Dobrovolny (2020) yang membahas penyebaran Covid-19 dengan kompartemen *susceptible*, *infected symptomatically*, *infected asymptotically*, *recovered*, dan *died*. Penelitian tersebut membahas penyebaran SARS-CoV-2 yang dipengaruhi oleh populasi terinfeksi tidak bergejala (Dobrovolny, 2020).

Berdasarkan penelitian-penelitian yang sudah disebutkan di atas, akan dimodifikasi model matematika dari penelitian-penelitian tersebut. Selanjutnya, akan dianalisis kestabilan dan mencari angka reproduksi dasar (R_0) dari model yang akan dibentuk. Selanjutnya akan disimulasikan titik kesetimbangan model matematika tersebut dengan bantuan *Maple software* dan *octave*.

2. METODE

2.1 Persamaan Diferensial

Definisi 2.3 Persamaan diferensial adalah persamaan yang merupakan hubungan antara variabel bebas dan variabel tak bebas dan turunan variabel tak bebas terhadap variabel bebas (Ibnas, 2017).

Berdasarkan Kurniawan dkk (2017), secara umum, persamaan diferensial biasa dituliskan sebagai berikut:

$$f\left(t, x, \frac{dx}{dt}, \frac{d^2x}{dt^2}, \dots, \frac{d^n x}{dt^n}\right) = 0$$

atau dapat dinotasikan dengan,

$$f(t, x, x', x'', \dots, x^n) = 0$$

dimana,

t : variabel bebas,

x : variabel tak bebas,

f : Fungsi riil dari $t, x, \frac{dx}{dt}, \frac{dx^2}{dt^2}$,

2.2 Sistem Persamaan Diferensial

Definisi 2.4 Sistem persamaan diferensial merupakan sistem yang memiliki persamaan diferensial sebanyak n dengan n fungsi yang tidak diketahui. Sistem persamaan diferensial biasa jika dinotasikan ke dalam vektor adalah sebagai berikut:

$$\dot{x} = f(x)$$

dengan $\dot{x} = (x_1, \dots, x_n)$

Sistem persamaan diferensial linear sebanyak n dengan n fungsi yang tidak diketahui dapat berbentuk sebagai berikut:

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n$$

$$\frac{dx_2}{dt} = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n$$

⋮

$$\frac{dx_n}{dt} = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n$$

Sistem persamaan diferensial di atas dapat ditulis sebagai

$$\dot{x} = Ax$$

2.3 Titik Kesetimbangan

Definisi 2.5 Misalkan terdapat sistem persamaan diferensial biasa sebagai berikut:

$$\dot{x} = f(x)$$

Sedemikian sehingga $f(\bar{X}) = 0$ dan \bar{X} adalah vektor dari titik-titik kesetimbangan (Tjolleng dkk, 2013).

Diberikan sistem persamaan diferensial orde satu $\dot{x} = f(x)$ dan $x(k)$ merupakan solusinya dengan nilai awal $x(k_0)$. Titik kesetimbangan \bar{X} dapat dikatakan:

(1) stabil jika untuk setiap $\varepsilon > 0$, terdapat $\delta(\varepsilon) > 0$ sedemikian sehingga untuk setiap solusi $x(k)$ yang memenuhi:

$$\|x(k_0) - \bar{x}\| < \delta(\varepsilon)$$

berlaku,

$$\|x(k) - \bar{x}\| < \varepsilon$$

dimana $k_0 \leq k$

- (2) stabil asimtotik jika ada konstanta $c > 0$, sedemikian sehingga: apabila

$$\|x(k_0) - \bar{x}\| < c$$

maka berlaku,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = \bar{x}.$$

- (3) tidak stabil jika titik kesetimbangan \bar{X} tidak memenuhi nomor 1.

2.4 Kestabilan Titik Kesetimbangan

Merujuk pada Soleh et al. (2017) berikut adalah teorema tentang kestabilan titik kesetimbangan.

Teorema 2.6 Diberikan $x = Ax$ adalah sistem persamaan linear, dengan A adalah matriks bujur sangkar $n \times n$ memiliki nilai eigen sebanyak $k \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ dengan $k \leq n$.

- (1) Titik kesetimbangan \bar{X} dikatakan stabil jika dan hanya jika bagian riil dari nilai eigen $\lambda_i \leq 0$ untuk setiap $i = 1, 2, \dots, k$.
- (2) Titik kesetimbangan \bar{X} dikatakan stabil asimtotik jika dan hanya jika bagian riil dari nilai eigen $\lambda_i < 0$ untuk setiap $i = 1, 2, \dots, k$.
- (3) Titik kesetimbangan \bar{X} dikatakan tidak stabil jika dan hanya terdapat beber apa bagian riil dari nilai eigen $\lambda_i > 0$ untuk setiap $i = 1, 2, \dots, k$.

Definisi 2.6.1 Sistem persamaan differensial $x = Ax$ dengan matriks $A = Jf(\bar{x})$ merupakan linearisasi dari $x = f(x)$ pada titik \bar{x} (Soleh et al., 2017). Matriks A merupakan matriks jacobian $Jf(\bar{x})$ yang berbentuk:

$$Jf(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{X}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{X}) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{X}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{X}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{X}) & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{X}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{X}) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{X}) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{X}) \end{bmatrix}$$

2.5 Next Generation Matrix

Next Generation Matrix (NGM) digunakan untuk menemukan angka reproduksi dasar. Misal $x = (x_1, \dots, x_n)$ untuk setiap $x_k \geq 0$ adalah jumlah individu tiap kompartemen dan m adalah kompartemen dari individu terinfeksi. Definisikan X_s adalah kompartemen bebas penyakit.

$$X_s = \{x_k = 0, k = 1, \dots, m\}$$

Misalkan G_k merupakan laju untuk infeksi baru dalam kompartemen k , \mathcal{M}_k^+ merupakan laju untuk perpindahan individu yang masuk ke dalam kompartemen k , dan \mathcal{M}_k^- merupakan laju untuk perpindahan individu yang keluar dari kompartemen k (Driessche & Watmough, 2002). M model penyebaran penyakit dinyatakan sebagai sistem persamaan berikut ini.

$$x = g_k = G_k(x) - M_k(x), k = 1, \dots, n, \tag{1}$$

dimana $M_k(x) = \mathcal{M}_k^-(x) - \mathcal{M}_k^+(x)$

Berdasarkan Driessche & Watmough (2002), asumsi-asumsi berikut merupakan tolak ukur apakah model yang dibentuk sudah baik.

- (1) Setiap fungsi menunjukkan perpindahan secara langsung antar individu-individu sehingga variabel bernilai tidak negatif. Dengan demikian, jika $x \geq 0$ maka G_k, \mathcal{M}_k^+ ,

$$\mathcal{M}_k^- \geq 0 \text{ untuk } k = 1, \dots, n$$

- (2) Jika kompartemen kosong, maka tidak ada perpindahan individu yang keluar dari kompartemen. Sehingga jika $x_k = 0$ maka $\mathcal{M}_k^- = 0$
- (3) Infeksi di kompartemen tidak terinfeksi adalah nol, $G_k = 0$ jika $k > m$
- (4) Tidak ada imigrasi individu terinfeksi. Jika $x \in X_s$ maka $G_k = 0$ dan $\mathcal{M}_k^+ = 0$ untuk $k = 1, \dots, m$
- (5) Jika $G_k = 0$ himpunan bernilai nol maka semua nilai eigen $Dg(x_0)$ memiliki bagian nilai riil negatif

Lemma 2.7 Jika x_0 merupakan titik kesetimbangan bebas penyakit dari (2.6) dan $g_k(x)$ memenuhi asumsi (1) - (5) $DG(x_0)$ dan $DM(x_0)$ dapat dipartisi menjadi

$$DG(x_0) = \begin{bmatrix} G & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$DM(x_0) = \begin{bmatrix} M & 0 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}$$

dimana G dan M merupakan matriks bujur sangkar didefinisikan sebagai

$$G = \frac{\partial g_k}{\partial x_j}(x_0)$$

dan

$$M = \frac{\partial M_k}{\partial x_j}(x_0)$$

dengan $1 \leq k, j \leq m$ (Driessche & Watmough, 2002).

Misal G adalah non-negatif dan M adalah matriks non-singular, maka *Next Generation Matrix* (NGM) untuk model (1) dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$GM^{-1}$$

2.6 Angka Reproduksi Dasar

Definisi 2.8 Misalkan A merupakan matriks bujur sangkar berukuran $n \times n$ dan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ $n \times n$ merupakan nilai eigen dari matriks A . Maka radius spektral dari matriks A adalah sebagai berikut:

$$\rho(A) = \max_{i=1, \dots, n} \{|\lambda_i|\}$$

Berdasarkan Fauzia (2021), angka reproduksi dasar (R_0) didapatkan dengan mencari nilai eigen terbesar dari NGM atau nilai radius spektral dari matriks NGM maka dapat dituliskan sebagai berikut.

$$R_0 = \rho(GM^{-1})$$

Teorema 2.8 Diberikan model penyebaran penyakit (1) dan $g_k(x_0)$ memenuhi (A1) - (A5). Jika x_0 merupakan titik kesetimbangan bebas penyakit maka x_0 stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$ dan tidak stabil jika $R_0 > 1$ (Driessche & Watmough, 2002).

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Pembentukan Model Matematika

Pembentukan model SICI₁I₂R terbagi atas enam kompartemen yaitu kompartemen rentan (*Susceptible*), kompartemen terinfeksi bergejala (*Infectious*), kompartemen terinfeksi tanpa

gejala (*Carrier*), kompartemen diisolasi mandiri (*Self-Isolation*), kompartemen diisolasi di rumah sakit (*Isolation at Hospital*) dan kompartemen pulih (*Recover*). Tabel 1 dan Tabel 2 adalah variabel-variabel dan parameter-parameter yang akan digunakan untuk membentuk model matematika.

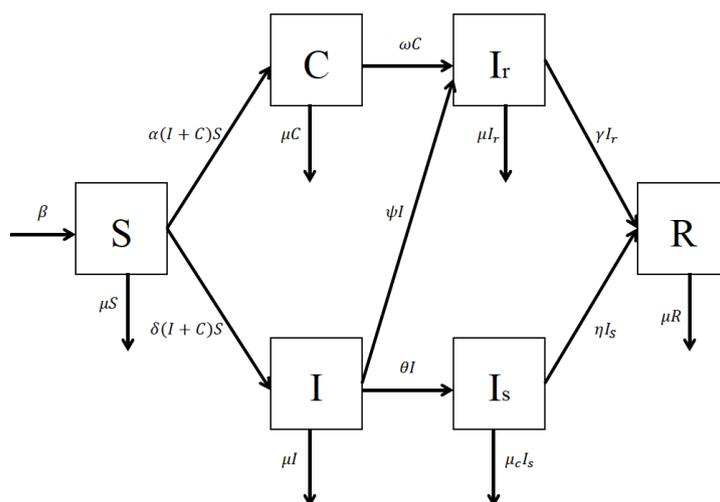
Tabel 1. Daftar Variabel-variabel

Variabel	Keterangan
$S(t)$	Jumlah individu yang rentan pada waktu t
$I(t)$	Jumlah individu yang terinfeksi Covid-19 bergejala pada waktu t
$C(t)$	Jumlah individu yang terinfeksi Covid-19 tanpa gejala pada waktu t
$I_r(t)$	Jumlah individu yang diisolasi mandiri pada waktu t
$I_s(t)$	Jumlah individu yang diisolasi di rumah sakit pada waktu t
$R(t)$	Jumlah individu yang pulih pada waktu t

Tabel 2. Daftar Parameter-parameter

Parameter	Keterangan
β	Laju kelahiran
δ	Laju individu rentan terinfeksi Covid-19 bergejala
α	Laju individu rentan terinfeksi Covid-19 tidak bergejala
ϑ	Laju individu yang terinfeksi Covid-19 yang memiliki gejala diisolasi di rumah sakit
ψ	Laju individu yang terinfeksi Covid-19 yang memiliki gejala diisolasi mandiri
ω	Laju individu yang terinfeksi Covid-19 tanpa gejala diisolasi mandiri
γ	Laju individu yang diisolasi mandiri pulih
η	Laju individu yang diisolasi di rumah sakit pulih
μ	Laju kematian alami
μ_c	Laju kematian akibat Covid-19

Gambar 1 menunjukkan diagram transfer pemodelan matematika dengan adanya individu *carrier* dan pengaruh isolasi.



Gambar 1. Diagram Transfer Pemodelan Matematika Penyebaran Covid-19

Berdasarkan diagram transfer pada Gambar 1, didapatkan model matematika sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 S' &= \frac{dS}{dt} = \beta - \delta(I + C)S - \alpha(I + C)S - \mu S \\
 I' &= \frac{dI}{dt} = \delta(I + C)S - (\psi + \theta + \mu)I \\
 C' &= \frac{dC}{dt} = \alpha(I + C)S - (\omega + \mu)C(t) \\
 I_r' &= \frac{dI_r}{dt} = \omega C + \psi I - (\gamma + \mu)I_r \\
 I_s' &= \frac{dI_s}{dt} = \theta I - (\eta + \mu_c)I_s \\
 R' &= \frac{dR}{dt} = \eta I_s + \gamma I_r - \mu R
 \end{aligned} \tag{2}$$

3.2 Penentuan Titik Keseimbangan

Didapatkan dua titik kesetimbangan pada sistem persamaan (2), titik kesetimbangan tersebut adalah sebagai berikut $E_0 = (S, I, C, I_r, I_s, R) = (\frac{\beta}{\mu}, 0, 0, 0, 0, 0)$ dimana E_0 merupakan titik kesetimbangan bebas penyakit dan $E_1 = (S^*, I^*, C^*, I_r^*, I_s^*, R^*)$ dimana E_1 merupakan titik kesetimbangan endemik dengan

$$\begin{aligned}
 S^* &= \frac{\beta}{(\delta + \alpha) \left(\frac{\alpha\beta\delta + (\omega + \mu)\beta\delta - (\omega + \mu)(\psi + \theta + \mu)\mu}{(\omega + \mu)(\delta + \alpha)(\psi + \theta + \mu)} \right) + \mu} \\
 I^* &= \frac{\delta(\alpha\beta(\psi + \theta + \mu) + (\omega + \mu)\beta\delta - (\omega + \mu)(\psi + \theta + \mu)\mu)}{(\psi + \theta + \mu)(\alpha^2(\psi + \theta + \mu) + \alpha(\omega + \mu)\delta + \alpha(\psi + \theta + \mu)\delta + (\omega + \mu)\delta^2)} \\
 C^* &= \frac{\alpha(\alpha\beta(\psi + \theta + \mu) + (\omega + \mu)\beta\delta - (\omega + \mu)(\psi + \theta + \mu)\mu)}{(\omega + \mu)(\alpha^2(\psi + \theta + \mu) + \alpha(\omega + \mu)\delta + \alpha(\psi + \theta + \gamma)\delta + (\omega + \mu)\delta^2)} \\
 I_r^* &= \frac{(\alpha\beta(\psi + \theta + \mu) + (\omega + \mu)\beta\delta - (\omega + \mu)(\psi + \theta + \mu)\mu)}{(\gamma + \mu)(\omega + \mu)(\psi + \theta + \mu)(\alpha^2(\psi + \theta + \mu) + \alpha(\omega + \mu)\delta + \alpha(\psi + \theta + \mu)\delta + (\omega + \mu)\delta^2)}
 \end{aligned}$$

$$I_s^* = \frac{\theta\delta(\alpha\beta(\psi + \theta + \mu) + (\omega + \mu)\beta\delta - (\omega + \mu)(\psi + \theta + \mu)\mu)}{(\psi + \theta + \mu)(\eta + \mu_c)(\alpha^2(\psi + \theta + \mu) + \alpha(\omega + \mu)\delta + \alpha(\psi + \theta + \mu)\delta + (\omega + \mu)\delta^2)}$$

$$R^* = \frac{\eta I_s^* + \gamma I_r^*}{\mu}$$

3.3 Angka Reproduksi Dasar

Jika model sudah memenuhi uji asumsi (A1) sampai (A5), langkah selanjutnya adalah menemukan angka reproduksi dasar atau yang biasa disebut dengan R_0 . Nilai R_0 didapatkan dari mencari nilai eigen terbesar dari *next generation matrix*. Angka reproduksi dasar atau R_0 didapatkan dari nilai eigen terbesar pada matriks GM^{-1} yaitu radius spektral dari matriks GM^{-1}

$$R_0 = \rho(GM^{-1}) = \frac{\beta(\alpha(\psi + \theta + \mu) + \delta(\omega + \mu))}{\mu(\psi + \theta + \mu)(\omega + \mu)}$$

Maka dapat disimpulkan angka reproduksi dasar untuk model (2) adalah

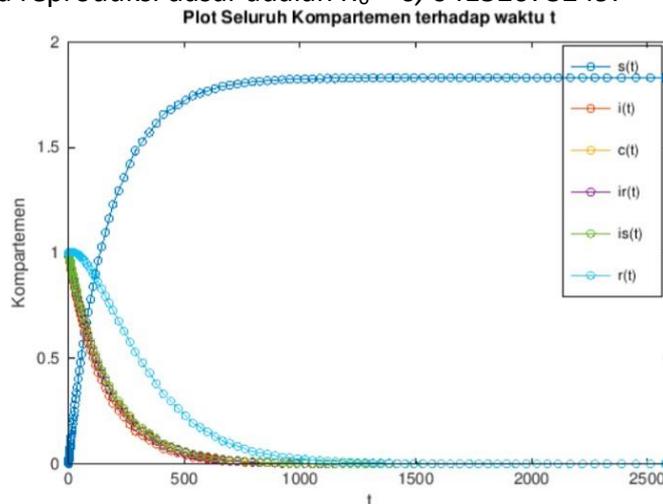
$$R_0 = \frac{\beta(\alpha(\psi + \theta + \mu) + \delta(\omega + \mu))}{\mu(\psi + \theta + \mu)(\omega + \mu)}$$

Menurut **Teorema 2.8** jika sistem persamaan $g_k(E_0)$ memenuhi (A1) - (A5), maka:

- (1) Jika $R_0 = \frac{\beta(\alpha(\psi + \theta + \mu) + \delta(\omega + \mu))}{\mu(\psi + \theta + \mu)(\omega + \mu)} < 1$ maka titik kesetimbangan bebas penyakit E_0 stabil asimtotik lokal
- (2) Jika $R_0 = \frac{\beta(\alpha(\psi + \theta + \mu) + \delta(\omega + \mu))}{\mu(\psi + \theta + \mu)(\omega + \mu)} > 1$ maka titik kesetimbangan bebas penyakit E_0 tidak stabil.

3.4 Simulasi Numerik

Data-data yang digunakan untuk melakukan simulasi berasal dari laman BPS DKI Jakarta dan laman corona.jakarta.go.id. Nilai parameter-parameter yang digunakan adalah $\beta = 1,08 \times 10^{-2}$, $\mu = 5,9 \times 10^{-3}$, $\alpha = 4 \times 10^{-5}$, $\delta = 1,06 \times 10^{-4}$, $\vartheta = 2,29 \times 10^{-5}$, $\psi = 7,28 \times 10^{-4}$, $\omega = 2,75 \times 10^{-5}$, $\gamma = 7,84 \times 10^{-4}$, $\eta = 5,69 \times 10^{-4}$ dan $\mu_c = 4,62 \times 10^{-5}$. Gambar 2 merupakan grafik dari kompartemen keseluruhan. Dengan menggunakan parameter-parameter tersebut didapatkan nilai angka reproduksi dasar adalah $R_0 = 0,04152673249$.



Gambar 2. Grafik Kompartemen Keseluruhan

Pada Gambar 2 terlihat bahwa populasi individu *susceptible* mengalami kenaikan seiring berjalannya waktu sampai akhirnya stabil. Populasi individu *infectious*, *carrier*, *self-isolation*, *isolation at hospital*, dan *recover* mengalami penurunan seiring berjalannya waktu sampai akhirnya stabil.

4. KESIMPULAN

- (1) Model matematika penyebaran Covid-19 dengan adanya individu *Carrier* dan pengaruh isolasi di DKI Jakarta membentuk sistem persamaan diferensial yang terdiri dari enam persamaan, yaitu:

$$S' = \frac{dS}{dt} = \beta - \delta(I + C)S - \alpha(I + C)S - \mu S$$

$$I' = \frac{dI}{dt} = \delta(I + C)S - (\psi + \theta + \mu)I$$

$$C' = \frac{dC}{dt} = \alpha(I + C)S - (\omega + \mu)C(t)$$

$$I_r' = \frac{dI_r}{dt} = \omega C + \psi I - (\gamma + \mu)I_r$$

$$I_s' = \frac{dI_s}{dt} = \theta I - (\eta + \mu_c)I_s$$

$$R' = \frac{dR}{dt} = \eta I_s + \gamma I_r - \mu R$$

$$S(t), I(t), C(t), I_r(t), I_s(t), R(t) \geq 0 \text{ dan } \beta, \mu, \delta, \psi, \theta, \omega, \gamma, \eta, \mu_c > 0.$$

- (2) Model matematika tersebut mempunyai dua titik kesetimbangan, yaitu:

- a) Titik kesetimbangan bebas penyakit:

$$E_0 = (S, I, C, I_r, I_s, R) = \left(\frac{\beta}{\mu}, 0, 0, 0, 0, 0 \right).$$

Titik kesetimbangan E_0 merupakan titik kesetimbangan saat tidak ada penyakit yang menyebar pada suatu populasi. Nilai pada kompartemen *susceptible* pada E_0 berarti bahwa jumlah populasi rentan saat setimbang adalah $\frac{\beta}{\mu}$. Sedangkan, nilai pada kompartemen *infectious*, *carrier*, *self-isolation*, *isolation at hospital*, dan *recover* pada E_0 berarti bahwa jumlah populasi keenam kompartemen tersebut saat setimbang adalah nol.

- b) Titik kesetimbangan endemik:

$$E_1 = (S^*, I^*, C^*, I_r^*, I_s^*, R^*).$$

Titik kesetimbangan E_1 merupakan titik kesetimbangan saat penyakit masih tetap menyebar pada suatu populasi. Nilai pada kompartemen *susceptible* pada E_1 berarti bahwa jumlah populasi rentan saat setimbang adalah S^* . Sedangkan, nilai pada kompartemen *infectious*, *carrier*, *self-isolation*, *isolation at hospital*, dan *recover* pada E_1 berarti bahwa jumlah populasi keenam kompartemen tersebut saat setimbang berturut-turut adalah I^* , C^* , I_r^* , I_s^* , dan R^* .

Berdasarkan hasil simulasi yang telah dilakukan pada bab pembahasan dengan menggunakan *maple software*, didapatkan nilai $R_0 = 0,04152673249$ dimana nilai $R_0 < 1$ yang berarti penyebaran Covid-19 secara perlahan akan menghilang.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Berlit, P. (2020). SARS-CoV-2 (severe acute respiratory syndrome coronavirus 2) pandemic and neurology: digitalization and the DGN congress. *DGNeurologie*, 3, 273-274.
- Dobrovolny, H. M. (2020). Modeling the role of asymptomatics in infection spread with application to SARS-CoV-2. *Plos One*, 15(8), e0236976.
- Driessche, P. V. D., & Watmough, J. (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical Biosciences*, 180, 29-48.
- Fauzia, L. A. (2021). Analisis pemodelan matematika penularan Covid-19 dengan tindakan rawat inap di rumah sakit. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 9(1), 126-132.
- Ibnas, R. (2017). Persamaan differensial eksak dengan faktor integrasi. *Jurnal Matematika dan Statistika serta Aplikasinya*, 5(2), 91-99.
- Kurniawan, A., Holisin, I., & Kristanti, F. (2017). Aplikasi persamaan diferensial biasa model eksponensial dan logistik pada pertumbuhan penduduk kota Surabaya. *Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 2(1), 129-141.
- Refialdinata, J. (2020). Analisis upaya pencegahan covid-19 pada masyarakat kampus. *Babul Ilmi: Jurnal Ilmiah Multi Science Kesehatan*, 12(2), 58-68.
- Soleh, M., Fatmasari, D., & Muhaijir, M. N. (2017). Model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS dengan terapi pada populasi terbuka. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, 3(1), 20-28.
- Tjolleng, A., Komalig, H. A., & Prang, J. D. (2013). Dinamika perkembangan HIV/AIDS di Sulawesi Utara menggunakan model persamaan diferensial nonlinear SIR (susceptible, infectious and recovered). *Jurnal Ilmiah Sains*, 13(1), 9-14.
- Zeb, A., Alzahrani, E., Erturk, V.S., & Zaman, G. (2020). Mathematical model for coronavirus disease 2019 (covid-19) containing isolation class. *BioMed Research International*, 2020, 1-7.