



Penyelesaian Masalah Penugasan dengan Metode Rafi Aziz Uddin Bhuiyan (RAUB), *Hungarian Method*, dan *Heuristic Method*

Antikah*, Elis Ratna Wulan, Fahrudin Muhtarulloh

Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Gunung Djati Bandung, Indonesia

*Correspondence: E-mail: antikah02@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini membahas tentang penerapan Rafi Aziz Uddin Bhuiyan (RAUB) Method, *Hungarian Method*, dan *Heuristic Method* dalam menyelesaikan masalah penugasan untuk kasus minimasi dan kasus maksimasi baik dalam keadaan seimbang maupun tidak seimbang. Selanjutnya, untuk menentukan metode yang lebih baik dalam menyelesaikan masalah penugasan, ketiga metode tersebut dibandingkan. Berdasarkan analisis yang dilakukan, *Hungarian Method* menghasilkan solusi optimal yang lebih baik dengan jumlah iterasi yang lebih sedikit dibandingkan dengan RAUB Method dan *Heuristic Method*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa masalah penugasan dapat diselesaikan dengan lebih baik menggunakan *Hungarian Method* daripada RAUB Method dan *Heuristic Method*.

© 2022 Kantor Jurnal dan Publikasi UPI

INFORMASI ARTIKEL

Sejarah Artikel:

Diterima 13 April 2022

Direvisi 1 September 2022

Disetujui 13 Oktober 2022

Tersedia Online 15 Oktober 2022

Dipublikasikan 1 Desember 2022

Kata Kunci:

Masalah Penugasan,
Metode Heuristic,
Metode Hungarian,
Metode Rafi Aziz Uddin Bhuiyan
(RAUB).

ABSTRACT

This study discusses the implementation of the Rafi Aziz Uddin Bhuiyan (RAUB) Method, *Hungarian Method*, and *Heuristic Method* in solving assignment problems for both minimization case and maximization case in balanced and unbalanced conditions. To determine the better method in solving the assignment problem, we then compared the three methods. Based on the analysis conducted, the *Hungarian Method* produces a better optimal solution with fewer number of iterations than the RAUB Method and the *Heuristic Method*. So, it can be concluded that the assignment problem can be solved better by using the *Hungarian Method* than the RAUB Method and the *Heuristic Method*.

© 2022 Kantor Jurnal dan Publikasi UPI

Keywords:

Assignment Problem,
Heuristic Method,
Hungarian Method,
Rafi Aziz Uddin Bhuiyan
(RAUB) Method.

1. PENDAHULUAN

Riset operasi (manajemen sains) merupakan aplikasi dari metode-metode, teknik-teknik, dan peralatan-peralatan ilmiah dalam menghadapi masalah yang timbul di dalam operasi perusahaan. Riset operasi meliputi pemilihan langkah-langkah dan strategi yang tepat untuk mencapai tujuan yang telah ditetapkan secara optimal. Seperti yang diungkapkan oleh Syaifuddin dalam bukunya yang berjudul '*Riset Operasi (Aplikasi Quantitative Analysis for Management)*' tahun 2011, tujuan dari riset operasi adalah ditemukannya alternatif pemecahan masalah secara optimum. Pemecahan masalah dalam riset operasi salah satunya yaitu menggunakan metode-metode. Salah satu permasalahan dalam riset operasi tersebut adalah masalah penugasan.

Masalah penugasan merupakan suatu kasus khusus yang ditemui dalam pemrograman linear. Masalah penugasan yaitu proses pendelegasian sejumlah tugas kepada sejumlah penerima tugas dalam basis satu-satu (Maslihah, 2014). Solusi optimum dalam masalah penugasan diperoleh ketika semua tugas sudah dialokasikan ke semua penerima tugas. Dalam menyelesaikan masalah penugasan, digunakan metode-metode untuk memperoleh solusi optimum. Adapun metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah penugasan adalah Metode Hungarian, Metode Heuristik, dan Metode Rafi Aziz Uddin Bhuiyan (RAUB). Pada prinsipnya ketiga metode tersebut berusaha mendapatkan solusi yang terbaik. Langkah yang dilakukan pada ketiga metode tersebut pada dasarnya mencari elemen terkecil untuk mendapatkan alokasi terbaik (Widyarto dan Triana, 2015).

Penelitian tentang masalah penugasan telah banyak dilakukan sebelumnya (Boah, dkk., 2015; Rusdiana et al., 2019). Implementasi dari metode Hungarian antara lain terdapat pada Akpan dan Abraham (2016), Nizam (2017), Sindar & Zandrato (2019), sedangkan pengusulan metode alternatif dalam menghasilkan nilai yang optimum pada masalah penugasan terdapat pada (Nizam, 2017; Maharani et al., 2019). Oleh karena itu, penulis tertarik untuk mengkaji penyelesaian masalah penugasan untuk mencari solusi optimal dengan menggunakan Metode Rafi Aziz Uddin Bhuiyan (RAUB), Metode Hungarian, dan Metode Heuristik. Selanjutnya, solusi optimal dari ketiga metode tersebut akan dibandingkan pada masalah penugasan kasus minimasi dan maksimasi dengan data seimbang (*balanced*) dan tidak seimbang (*unbalanced*). Kriteria perbandingan pada penelitian ini berdasarkan hasil solusi optimal dan banyaknya iterasi yang dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah penugasan.

2. METODOLOGI

2.1 Rafi Aziz Uddin Bhuiyan (RAUB) Method

Rafi Aziz Uddin Bhuiyan (RAUB) Method merupakan metode baru yang dirancang untuk memudahkan dalam menyelesaikan masalah penugasan. Metode ini diusulkan oleh Farzana Sultan Rafi, Md. Abdul Aziz, Mohammed Nizam Uddin, dan Momen Bhuiyan. Oleh karena itu metode ini disebut *Rafi Aziz Uddin Bhuiyan (RAUB) Method*. Langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah penugasan dengan *Rafi Aziz Uddin Bhuiyan (RAUB) Method* kasus minimasi adalah sebagai berikut (Nizam, 2017):

- Langkah 1: Buatlah matriks masalah penugasan dimana baris sebagai pekerja dan kolom sebagai pekerjaan. Jika matriksnya tidak seimbang, maka lakukan penyeimbangan matriks dengan menambahkan *dummy*.
- Langkah 2: Temukan elemen terkecil dari matriks penugasan.
- Langkah 3: Tetapkan elemen terkecil tersebut dengan sebuah kotak kemudian hilangkan baris dan kolom dari elemen terkecil tersebut.

Langkah 4: Jika terdapat dua atau lebih elemen terkecil yang sama, maka tentukanlah jumlah baris dari setiap elemen masing-masing. Kemudian tugaskan ke elemen yang penjumlahannya terkecil.

Langkah 5: Ulangi langkah 1, langkah 2 dan langkah 3 untuk matriks yang tersisa dan tetapkan elemen terakhir.

Langkah 6: Jumlahkan setiap elemen terkecil yang telah ditetapkan dan elemen terakhir yang tersisa untuk mengetahui nilai total yang optimal.

Pada kasus maksimasi langkah-langkah yang dilakukan sama seperti kasus minimasi hanya berbeda pada penentuan elemen. Pada kasus maksimasi elemen yang ditetapkan adalah elemen terbesar.

2.2 Hungarian Method

Menurut Kuhn (2005), *Hungarian Method* adalah metode yang memodifikasi baris dan kolom dalam matriks efektifitas sampai muncul sebuah komponen nol tunggal dalam setiap baris atau kolom yang dapat dipilih sebagai alokasi penugasan. Semua alokasi penugasan yang dibuat adalah alokasi yang optimal, dan saat diterapkan pada matriks efektifitas awal, maka akan memberikan hasil penugasan yang paling minimum.

Berdasarkan Subagyo, *et. al.*, dalam bukunya yang berjudul '*Dasar-Dasar Operation Research*' tahun 1999, langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah penugasan dengan *Hungarian Method* kasus maksimasi adalah sebagai berikut:

Langkah 1: Sama dengan langkah 1 metode RAUB.

Langkah 2: Cari nilai terbesar pada setiap baris, kemudian lakukan operasi pengurangan semua nilai pada masing-masing baris dengan nilai terbesar yang telah dipilih.

Langkah 3: Cari nilai terkecil pada setiap kolom, kemudian lakukan operasi pengurangan semua nilai pada masing-masing kolom dengan nilai terkecil yang telah dipilih.

Langkah 4: Setelah baris dan kolom memiliki nilai nol, lakukan penarikan garis penugasan untuk menutupi semua nilai nol di semua baris dan kolom dengan jumlah garis yang seminimal mungkin. Misalkan jumlah garis pada baris (garis horizontal) dan kolom (garis vertikal) adalah ℓ dan jumlah baris atau kolom adalah n . Jika $\ell = n$, maka tugas yang optimal dapat ditemukan, lanjutkan ke langkah 7. Namun jika $\ell \neq n$ lanjutkan ke langkah 5.

Langkah 5: Tentukan nilai terkecil dalam tabel tersebut, kemudian gunakan untuk mengurangi nilai-nilai lain yang belum terkena garis dan gunakan untuk menambah nilai-nilai yang terkena garis dua kali. Selanjutnya tarik garis untuk menutupi nilai nol tersebut.

Langkah 6: Ulangi langkah 4 dan langkah 5 sampai $\ell = n$.

Langkah 7: Temukan setiap pekerja dengan melakukan satu pekerjaan saja yang terdapat angka nol pada baris dan kolom untuk mencari solusi optimal.

Langkah 8: Hitung total biaya dari solusi yang diperoleh untuk mengetahui total nilai yang optimal.

Pada kasus minimasi dengan menggunakan *Hungarian Method* langkah ke-2 yang harus dilakukan yaitu mengubah matriks efektifitas ke *Opportunity Cost* yaitu mencari nilai terkecil pada setiap baris, kemudian lakukan operasi pengurangan semua nilai pada masing-masing baris dengan nilai terkecil yang telah dipilih kemudian lanjutkan dengan langkah yang sama pada kasus maksimasi.

2.3 Heuristic Method

Langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah penugasan dengan *Heuristic Method* kasus maksimasi adalah sebagai berikut (Amponsah et al., 2016):

Langkah 1: Sama dengan langkah 1 metode RAUB.

Langkah 2: Cari nilai terbesar pada setiap baris dan kolom. Kemudian hitung pinalti baris dan kolom dengan mengurangkan nilai terbesar dengan nilai terbesar sebelumnya.

Langkah 3: Pilih pinalti maksimum dari baris atau kolom pinalti. Jika terdapat nilai pinalti maksimum yang sama pada pinalti baris atau kolom, pilih nilai terbesar ketiga, kemudian nilai terbesar dikurangi dengan nilai terbesar ketiga tersebut. Gunakan pinalti maksimum untuk memilih elemen paling besar di antara pinalti tersebut.

Langkah 4: Reduksi baris dan kolom untuk elemen maksimum yang terpilih.

Langkah 5: Ulangi langkah 2 hingga langkah 4, sampai semua pekerjaan dapat ditugaskan.

Langkah 6: Hitung total biaya dari solusi yang diperoleh untuk mengetahui total nilai yang optimal.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Objek penelitian pada penelitian ini dibatasi sebagai berikut:

- a. Kasus minimasi menggunakan ukuran data sebanyak 8 pekerja dan 8 pekerjaan serta data sebanyak 5 pekerja dan 6 pekerjaan.
- b. Kasus maksimasi menggunakan ukuran data sebanyak 8 pekerja dan 8 pekerjaan serta data sebanyak 7 pekerja dan 8 pekerjaan.

3.1 Objek Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder yang didapatkan dari artikel-artikel terkait, yaitu: (i) Maharani et al. (2019) untuk kasus 1 berupa masalah minimasi dengan data seimbang yaitu matriks 8×8 , (ii) Boah et al., (2015) untuk kasus 2 tentang masalah maksimasi dengan data seimbang yaitu matriks 8×8 , (iii) Akpan dan Abraham (2016) untuk kasus 3 mengenai masalah minimasi dengan data tidak seimbang yaitu matriks 5×6 , dan (iv) Rusdiana et al., (2019) untuk kasus 4 berupa masalah maksimasi dengan data tidak seimbang yaitu matriks 7×8 .

3.2 Perbandingan Analisis

Pada penelitian ini, dalam menyelesaikan masalah penugasan, peneliti menggunakan bantuan bahasa pemrograman Python.

Tabel 1 merupakan hasil pengalokasian tugas dari setiap kasus dengan menggunakan *RAUB Method*, *Hungarian Method*, dan *Heuristic Method*. Berdasarkan Tabel 1 dan Tabel 2 dapat disimpulkan bahwa *Hungarian Method* merupakan metode yang lebih baik dibandingkan dengan *Heuristic Method* karena menghasilkan nilai solusi optimal yang lebih baik yaitu 86 hari kerja dengan jumlah iterasi yang sedikit yaitu 2 kali iterasi.

Tabel 1. Hasil Penugasan Kasus 1

RAUB Method		Hungarian Method		Heuristic Method	
Penugasan	Waktu Komputasi (detik)	Penugasan	Waktu Komputasi (detik)	Penugasan	Waktu Komputasi (detik)
A – 3	12	A – 6	18	A – 6	18
B – 8	21	B – 5	16	B – 5	16
C – 6	20	C – 3	12	C – 3	12
D – 2	2	D – 2	2	D – 2	2
E – 5	16	E – 8	18	E – 8	18
F – 4	3	F – 4	3	F – 4	3
G – 1	1	G – 1	1	G – 1	1
H – 7	16	H – 7	16	H – 7	16
Jumlah	93	Jumlah	86	Jumlah	86

Tabel 2. Hasil Perbandingan Tiga Metode pada Contoh Kasus 1

Metode	Solusi Optimal	Banyak Iterasi
<i>RAUB Method</i>	93	7
<i>Hungarian Method</i>	86	2
<i>Heuristic Method</i>	86	9

Berdasarkan Tabel 3 dapat dikatakan *Hungarian Method* dan *Heuristic Method* merupakan metode yang lebih baik daripada *RAUB Method*. Hal ini jika ditinjau dari hasil solusi optimal yang didapatkan. Sedangkan berdasarkan Tabel 4 dapat disimpulkan bahwa *Hungarian Method* merupakan metode yang lebih baik dibandingkan dengan *RAUB Method* dan *Heuristic Method* karena membutuhkan banyak iterasi yang lebih sedikit. Sehingga dapat disimpulkan bahwa *Hungarian Method* merupakan metode yang lebih baik daripada *RAUB Method* dan *Heuristic Method* karena menghasilkan nilai solusi optimal yang lebih baik yaitu \$1,742 dengan banyak iterasi yang lebih sedikit yaitu 2 kali iterasi.

Tabel 3. Hasil Penugasan Kasus 2

RAUB Method		Hungarian Method		Heuristic Method	
Penugasan	Keuntungan Penjualan	Penugasan	Keuntungan Penjualan	Penugasan	Keuntungan Penjualan
A – 2	216	A – 2	216	A – 2	216
B – 5	193	B – 4	214	B – 4	214
C – 4	220	C – 5	216	C – 5	216
D – 7	217	D – 7	217	D – 7	217
E – 1	240	E – 1	240	E – 1	240
F – 8	209	F – 8	209	F – 8	209
G – 6	219	G – 6	219	G – 6	219
H – 3	211	H – 3	211	H – 3	211
Jumlah	1725	Jumlah	1742	Jumlah	1742

Tabel 4. Hasil Perbandingan Tiga Metode pada Contoh Kasus 2

Metode	Solusi Optimal	Iterasi
<i>RAUB Method</i>	\$1,725	7
<i>Hungarian Method</i>	\$1,742	2
<i>Heuristic Method</i>	\$1,742	8

Berdasarkan Tabel 5, *Hungarian Method* dan *Heuristic Method* dianggap lebih baik dari *RAUB Method* untuk penugasan pada kasus 3, karena kedua metode tersebut menghasilkan solusi optimal yang lebih baik. Sedangkan berdasarkan Tabel 6 dapat diketahui bahwa *Hungarian Method* dan *RAUB Method* dianggap lebih baik dari *Heuristic Method* karena membutuhkan banyak iterasi yang lebih sedikit. Sehingga dapat disimpulkan bahwa *Hungarian Method* merupakan metode yang lebih baik daripada *RAUB Method* dan *Heuristic Method* karena menghasilkan nilai solusi optimal yang lebih baik yaitu 783 Million of Naira dengan jumlah iterasi yang lebih sedikit yaitu 5 kali iterasi.

Tabel 5. Hasil Penugasan Kasus 3

<i>RAUB Method</i>		<i>Hungarian Method</i>		<i>Heuristic Method</i>	
Penugasan	Biaya	Penugasan	Biaya	Penugasan	Biaya
SA – EN	207	SA – EN	207	SA – EN	207
JA – CE	213	JA – CE	213	JA – CE	213
ME – MA	218	ME – ED	118	ME – ED	118
VL – DM	0	VL – DM	0	VL – DM	0
HG – PH	105	HG – PH	105	HG – PH	105
KA – ED	99	KA – MA	140	KA – MA	140
Jumlah	842	Jumlah	783	Jumlah	783

Tabel 6. Hasil Perbandingan Tiga Metode pada Contoh Kasus 3

Metode	Solusi Optimal	Iterasi
<i>RAUB Method</i>	842	5
<i>Hungarian Method</i>	783	5
<i>Heuristic Method</i>	783	6

Tabel 7 merupakan hasil penugasan untuk contoh kasus 4. Berdasarkan Tabel 5, *Hungarian Method* dan *Heuristic Method* dianggap lebih baik dari *RAUB Method* untuk penugasan pada kasus 3, karena kedua metode tersebut menghasilkan solusi optimal yang lebih baik. Sedangkan berdasarkan Tabel 6 dapat diketahui bahwa *Hungarian Method* dan *RAUB Method* dianggap lebih baik dari *Heuristic Method* karena membutuhkan banyak iterasi yang lebih sedikit. Sehingga dapat disimpulkan bahwa *Hungarian Method* merupakan metode yang lebih baik daripada *RAUB Method* dan *Heuristic Method* karena menghasilkan nilai solusi optimal yang lebih baik yaitu 783 Million of Naira dengan jumlah iterasi yang lebih sedikit yaitu 5 kali iterasi.

Berdasarkan Tabel 7 dan Tabel 8 dapat dilihat bahwa hasil solusi optimal dari kasus 4 yang didapatkan dengan menggunakan *RAUB Method*, *Hungarian Method*, dan *Heuristic Method* sama yaitu 575. Hal yang membedakan dari ketiga metode tersebut adalah jumlah iterasi yang dibutuhkan untuk mendapatkan solusi optimal tersebut. Sehingga dapat disimpulkan bahwa *Hungarian Method* merupakan metode yang lebih baik dibandingkan dengan *RAUB Method* dan *Heuristic Method* karena menghasilkan nilai solusi optimal lebih baik dengan jumlah iterasi yang lebih sedikit yaitu 1 kali iterasi.

Tabel 7. Hasil Penugasan Kasus 4

<i>RAUB Method</i>		<i>Hungarian Method</i>		<i>Heuristic Method</i>	
Penugasan	Nilai	Penugasan	Nilai	Penugasan	Nilai
A – 6	81	A – 6	81	A – 6	81
B – 1	83	B – 1	83	B – 1	83
C – 2	83	C – 2	83	C – 2	83
D – 8	0	D – 8	0	D – 8	0
E – 7	82	E – 7	82	E – 7	82
F – 4	83	F – 4	83	F – 4	83
G – 3	83	G – 3	83	G – 3	83
H – 5	80	H – 5	80	H – 5	80
Jumlah	575	Jumlah	575	Jumlah	575

Tabel 8. Hasil Perbandingan Tiga Metode pada Contoh Kasus 4

Metode	Solusi Optimal	Iterasi
<i>RAUB Method</i>	575	7
<i>Hungarian Method</i>	575	1
<i>Heuristic Method</i>	575	8

4. KESIMPULAN

Pada penelitian ini telah dilakukan penyelesaian masalah penugasan kasus minimasi dan maksimasi dengan data seimbang dan tidak seimbang dengan Metode RAUB, Metode Hungarian, dan Metode Heuristik. Berdasarkan hasil penelitian, dapat diketahui bahwa ketiga metode tersebut menghasilkan solusi optimal yang berbeda dengan jumlah iterasi juga berbeda. Hal tersebut disebabkan oleh beberapa faktor diantaranya yaitu algoritma, jumlah ordo matriks, dan variasi nilai pada entri matriks. Berdasarkan analisis, *Hungarian Method* menghasilkan solusi optimal yang lebih baik dengan jumlah iterasi yang lebih sedikit dibandingkan dengan *RAUB Method* dan *Heuristic Method*. Dengan hasil solusi optimal yang didapatkan pada kasus minimasi seimbang yaitu 86 hari kerja dengan jumlah iterasi 2 kali, hasil solusi optimal pada kasus maksimasi seimbang yaitu \$1,742 atau Rp 25.266.316,40 dengan total iterasi yaitu 2 kali, hasil solusi optimal pada kasus minimasi tidak seimbang yaitu 783 Million of Naira dengan jumlah iterasi sebanyak 5 kali, dan hasil solusi optimal pada kasus maksimasi tidak seimbang adalah 575 dengan total iterasi yang dibutuhkan yaitu 1 kali.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Akpan, N. P., & Abraham, U. P. (2016). A critique of the Hungarian method of solving assignment problem to the alternate method of assignment problem by Mansi. *International Journal of Sciences: Basic and Applied Research*, 29(1), 43-56.
- Amponsah, S. K., Otoo, D., Salhi, S., & Quayson, E. (2016). Proposed heuristic method for solving assignment problems. *American Journal of Operations Research*, 6(6), 436-441.
- Boah, D. K., Adu, I. K., & Gyebil, F. J. (2015). Assignment problem of a legal firm in Kumasi, Ghana. *International Journal of Computing and Optimization*, 2(1), 1-5.
- Kuhn, H. W. (2005). The Hungarian method for the assignment problem. *Naval Research Logistics (NRL)*, 52(1), 7-21.
- Maharani, M., Jaya, A. I., & Sahari, A. (2019). Optimalisasi biaya dan waktu pada usaha kerajinan kayu hitam di Sumber Urip Ebony dengan menggunakan metode Hungarian. *Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan*, 16(2), 135-143.
- Maslihah, S. (2014). Optimasi masalah penugasan. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 95-106.
- Nizam, M. (2020). An alternative proposed method for solution of assignment problem. *International Journal of Sciences: Basic and Applied Research*, 52(1), 40–50.
- Rusdiana, S., Oktavia, R., & Charlie, E. (2019). Application of Hungarian method in optimizing the scheduling of employee assignment and profit of home industry production. *Journal of Research in Mathematics Trends and Technology*, 1(1), 24-33.
- Sindar, A., & Zendrato, R. N. (2019). Optimasi penugasan pegawai menggunakan metode Hungarian. *Journal of Innovation Information Technology and Application*, 1(1), 16-24.
- Widyarto, W. O., dan Triana, D. (2015). Penugasan operator mesin produksi dengan menggunakan metode Hungarian dan algoritma generate and test. *Jurnal Intech Teknik Industri Universitas Serang Raya*, 1(1), 1-9.