

Efek Domino pada Induksi Matematika

Aliffirhan Thariq¹, Dandy Apviano²

^{1,2} Universitas Amikom Yogyakarta ²

Email korespondensi: dandy.ap@students.amikom.ac.id

Abstrak

Dalam bilangan bulat kita bisa menentukan suatu kebenaran dengan menggunakan induksi matematika. Induksi matematika juga suatu hal yang berupa kerangka karena tidak mempunyai karakter yang sama dengan induksi matematika. Karena sudah ada bentuk riilnya sekarang kita bisa lebih mudah untuk memahami induksi matematika untuk menentukan kebenarannya itu sendiri. Dalam makalah ini kami ingin menentukan kebenaran induksi matematika pada efek domino. Dasar efek domino adalah jika kartu domino pertama jatuh, maka kartu selanjutnya akan jatuh karena mendapat dorongan dari kartu pertama. kejadian ini akan berjalan secara terus menerus sampai kartu terakhir jatuh. Kejadian ini sebanding dengan karakter induksi matematika jika $a(n)$ benar, $a(n+1)$ juga benar dimana n adalah bilangan bulat positif.

Kata kunci : Induksi matematika, domino, pembuktian.

Abstract

In integers we can determine a truth using mathematical induction. Mathematical induction is also a matter in the form of a framework because it does not have the same character as mathematical induction. Because there is a real form now we can more easily understand mathematical induction to determine its own truth. In this paper we want to determine the truth of mathematical induction in the domino effect. The basic domino effect is if the first domino card falls, the next card will fall because it gets a boost from the first card. this event will run continuously until the last card falls. This event is proportional to the character of mathematical induction if $a(n)$ is true, $a(n+1)$ is also true where n is a positive integer.

Keywords: Mathematical induction, dominoes, proof.

PENDAHULUAN

Induksi matematika adalah Teknik pembuktian yang baku di dalam matematika. Dalam induksi matematika kita dapat menentukan kebenaran yang diberikan dalam bentuk bilangan asli. Didalam matematika suatu pernyataan tidak hanya ditulis begitu saja, kita juga harus mengerti apa yang menyebabkan teori tersebut benar yaitu *proof*. Konsep induksi matematika untuk melakukan pembuktian menggunakan 3 prinsip, yaitu basis induksi, hipotesis induksi, dan langkah induksi.

Dalam makalah ini kami akan memvisualisasikan efek domino menggunakan induksi matematika. Domino merupakan sebuah permainan kartu yang cukup terkenal di Indonesia dan bisa dimainkan oleh semua kalangan. Domino memiliki ukuran sekitar 2x4 cm. Bahan domino itu sendiri ada yang terbuat dari kertas karton dan batu berbahan *acrylic*. Jika domino disusun secara sejajar maka akan membuat domino jatuh. Jika kartu domino pertama dijatuhkan maka domino selanjutnya akan jatuh.

Untuk memvisualisasikan efek domino kita butuh domino berbahan batu. Cara membuat efek domino adalah menyusun domino secara berjajar kemudian domino pertama dijatuhkan mengenai domino kedua. Secara otomatis domino kedua akan mengenai domino ketiga sampai jatuh dan seterusnya sampai domino terakhir jatuh.

Untuk menentukan pernyataannya, kita hanya perlu membandingkan nilai pertama dengan nilai berikutnya. Jika nilai pertama itu benar, nilai selanjutnya pasti akan bernilai benar.

Dasar Teori

Sejarah induksi matematika

Pada sekitar tahun 1000 untuk membuktikan teorema binomial dan sifat segitiga pascal menggunakan bukti implisit dengan induksi matematika. Pada saat itu tidak ada ahli matematika yang mampu membuktikannya. Namun pada tahun 1665 ada seorang yang bisa membuktikannya secara eksplisit yaitu Blaise Pascal ilmuwan asal Prancis. Lalu dia menulisnya di dalam bukunya yang berjudul *Traité du triangle arithmétique*.

Pada akhir abad ke-19 matematikawan bernama R. Dedekind dan G. Peano memperbarui ilmu induksi matematik. Sekumpulan aksioma yang menggambarkan bilangan

bulat positif di kembangkan oleh Dedekind. Sedangkan Peano memperbaiki aksioma dan memberikan definisi logis. Lalu munculah aksioma yang bernama Postulat Peano.



Gambar 1. Richard Dedekind dan Guiseppe Peano

Bentuk Induksi Umum

Penggunaan induksi matematika tidak hanya untuk membuktikan pernyataan matematika yang menyangkut bilangan saja, tapi dalam kasus sehari-hari kita juga dapat membuktikan segala hal yang menyangkut himpunan objek yang umum. Untuk syarat objek tertentu harus memiliki keturunan dan mempunyai komponen terkecil

Secara umum bentuk induksi dapat dituliskan sebagai berikut :

Misalkan N terurut dengan baik oleh " $<$ ", dan $a(n)$ adalah pernyataan perihal elemen n dari N . Kita ingin membuktikan bahwa $a(n)$ benar untuk semua $n \in N$. Untuk membuktikan ini, kita hanya perlu 2 cara yaitu :

1. $a(n_0)$ benar , yang dalam hal ini n_0 adalah elemen terkecil di dalam N
2. Untuk semua $n > n_0$ didalam n , jika $a(m)$ benar untuk semua $m < n$, maka $a(n)$ juga benar.

Pembuktian dengan induksi matematika

1. Basis induksi

Basis induksi menunjukkan bahwa pernyataan tersebut berlaku ketika n adalah sama dengan nilai terendah yang n berikan dalam pernyataan. Biasanya, $n = 0$

2. Langkah induksi

Menunjukkan bahwa jika pernyataan tersebut berlaku untuk n tertentu, maka pernyataan tersebut juga berlaku bila $n + 1$ digantikan dengan n .

3. Kesimpulan

Berupa hasil pembuktian dari induksi matematika apakah pernyataan matematika itu benar atau salah.

Macam-macam Prinsip Induksi Matematika

1. Prinsip induksi sederhana

Untuk membuktikan nilai $a(n)$ itu benar. kita harus membuktikan bahwa nilai $a(1)$ benar dan untuk semua nilai $n \geq 1$ jika $a(n)$ benar, $a(n+1)$ juga benar

2. Prinsip induksi yang dirampatkan

Perbedaan prinsip induksi sederhana dengan prinsip induksi yang dirampatkan adalah pada induksi sederhana kita selalu memakai basis induksi untuk $n = 1$, akan tetapi pada

prinsip induksi yang dirampatkan, basis induksi tidak selalu dimulai dengan $n = 1$. Nilai n bisa berapa saja asalkan n merupakan anggota bilangan asli.

3. Prinsip induksi kuat

Versi induksi kuat ini mirip dengan induksi sederhana, kecuali pada langkah ke-2 kita mengambil hipotesis induksi yang lebih kuat pada semua pernyataan $a(1), a(2), \dots, a(n)$ adalah benar dari hipotesis yang menyatakan bahwa $a(n)$ benar.

4. Prinsip induksi secara umum

Prinsip ini biasa digunakan untuk pembuktian yang mengikat bilangan bulat positif, tapi juga bisa untuk membuktikan himpunan yang lebih umum. Prinsip ini memiliki syarat himpunan itu harus memiliki keturunan dan elemen yang kecil.



Gambar 3. Efek domino

Kelebihan dan kekurangan induksi matematika

Untuk kelebihanannya itu sendiri induksi matematika mempunyai aturan dan Bahasa yang jelas dan tersusun dengan kuat sehingga untuk mengetahui hasil proses yang terjadi secara berulang sesuai dengan polanya yang sudah ditentukan. Dan untuk kekurangannya induksi matematika tidak bisa digunakan selain bilangan bulat. Namun seiring waktu bejalan kemajuan teknologi yang semakin maju bisa membuat kesimpulan dan pembuktian dari induksi itu sendiri menjadi salah. Dari sini kita bisa mengetahui bahwa hasil itu tidak sepenuhnya benar.

METODE PENELITIAN

Contoh masalah yang kami ambil adalah tentang efek domino. Cara yang paling mudah untuk memahami prinsip kerja induksi matematika adalah dengan mengamati efek domino. Kita dapat mulai dengan mengajukan pertanyaan "kapan semua domino akan jatuh?". Ada dua kondisi yang harus dipenuhi agar semua domino tersebut jatuh. Pertama :

Domino 1 harus jatuh Kedua : benar bahwa setiap domino yang jatuh akan menjatuhkan tepat satu domino berikutnya. Artinya jika domino 1 jatuh maka domino 2 pasti jatuh, jika domino 2 jatuh maka domino 3 pasti jatuh dan seterusnya. Secara umum dapat kita katakan jika domino k jatuh maka domino $(n + 1)$ juga jatuh dan implikasi ini berlaku untuk semua domino. Jika kedua kondisi diatas telah terpenuhi, sudah dipastikan semua domino akan jatuh.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Jika $a(n)$ adalah suatu pernyataan yang bergantung pada nilai n . maka $a(n)$ benar untuk setiap n bilangan asli jika memenuhi 2 kondisi berikut :

1. $a(1)$ benar, artinya untuk $n = 1$ maka $a(n)$ bernilai benar.
2. Untuk setiap bilangan asli n , jika $a(n)$ benar maka $a(n + 1)$ juga benar.

Prinsip diatas dapat diperluas untuk pernyataan yang bergantung pada himpunan bagian tak kosong dari bilangan asli.

Perluasan Prinsip Induksi Matematika
Misalkan $a(n)$ adalah suatu pernyataan yang bergantung pada n . maka $a(n)$ benar untuk setiap bilangan asli $n \geq m$ jika memenuhi 2 kondisi berikut :

1. $a(m)$ benar, artinya untuk $n = m$, maka $a(n)$ bernilai benar
2. Untuk setiap bilangan asli $n \geq m$, jika $a(n)$ benar maka $a(n + 1)$ juga benar.

Untuk menunjukkan $a(1)$ benar, kita cukup mensubstitusikan $n = 1$ pada $a(n)$. Jika $a(n)$ disajikan dalam bentuk persamaan, berarti ruas kiri harus sama dengan ruas kanan pada saat $n = 1$, barulah kita simpulkan $a(1)$ benar. Cara yang sama dapat kita terapkan untuk menunjukkan $a(m)$ benar.

Kembali lagi pada kasus domino diatas, agar domino $(n + 1)$ jatuh, terlebih dahulu domino n harus jatuh, barulah implikasi "jika domino n jatuh maka domino $(n + 1)$ jatuh" dapat terjadi.

Jadi, untuk menunjukkan implikasi "jika $a(n)$ benar maka $a(n + 1)$ benar", terlebih dulu kita harus menganggap atau mengasumsikan bahwa $a(n)$ benar. Kemudian berdasarkan asumsi tersebut kita tunjukkan $a(n + 1)$ juga benar. Proses asumsi $a(n)$ benar ini disebut dengan hipotesis induksi.

Untuk menunjukkan $a(n + 1)$ benar, dapat kita mulai dari hipotesis, yaitu dari asumsi $a(n)$ benar ataupun dari kesimpulan, yaitu dari $a(n + 1)$ itu sendiri. Jadi domino akan jatuh semua jika kondisi diatas sudah terpenuhi semua atau dinyatakan benar.

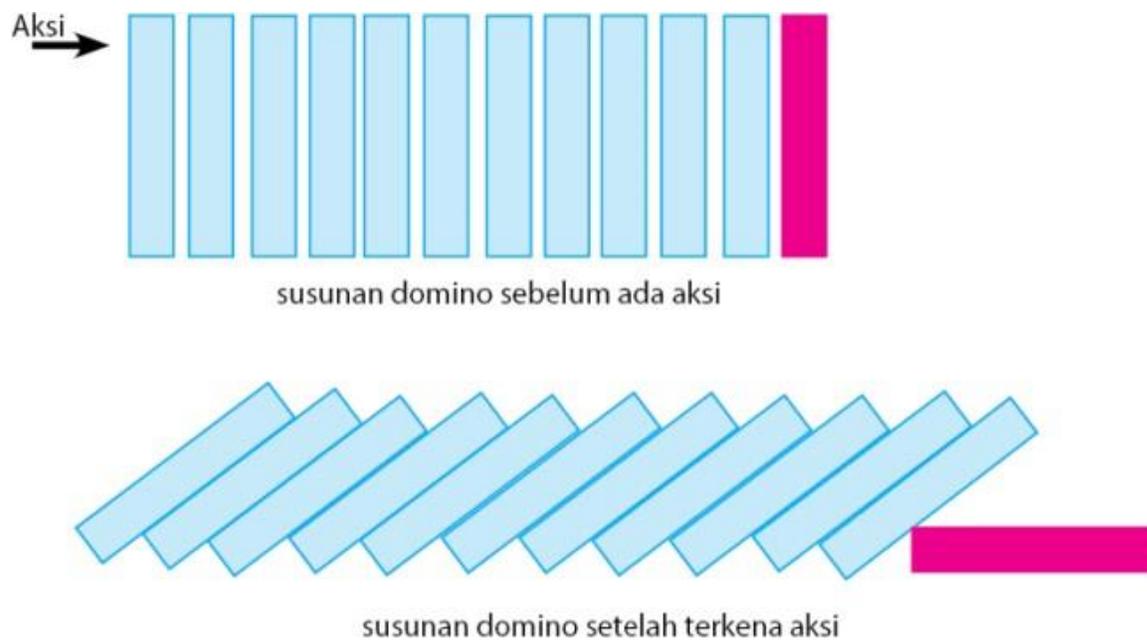
Langkah-langkah pembuktian induksi matematika

Dari uraian-uraian diatas, langkah-langkah pembuktian induksi matematika dapat kita urutkan sebagai berikut :

Langkah dasar : Tunjukkan $a(1)$ benar.

Langkah induksi : Asumsikan $a(n)$ benar untuk sebarang n bilangan asli, kemudian tunjukkan $a(n+ 1)$ juga benar berdasarkan asumsi tersebut.

Jadi nilai $a(n)$ dinyatakan benar untuk setiap n bilangan asli.



Gambar 4. Proses efek domino

KESIMPULAN DAN SARAN

Kita dapat membuktikan suatu permasalahan matematika berupa bilangan bulat dengan memakai konsep induksi matematika. Pembuktian menggunakan induksi matematika dapat kita terapkan dengan efek domino yaitu jatuhnya domino secara berurutan mulai dari batu pertama sampai dengan batu terakhir. Selain itu induksi matematika juga bias digunakan untuk menguji kebenaran program dan masalah kehidupan sehari-hari. Melalui penelitian kami yang membahas tentang efek domino, kami menegetahui kapan dan bagaimana domino tersebut jatuh secara berurutan. Jadi, menggunakan induksi matematika kita dapat mempermudah menyelesaikan masalah pada matematika.

Saya sangat merekomendasikan Induksi Matematika sebagai salah satu cara untuk menyelesaikan suatu permasalahan matematika. Induksi matematika merupakan cara yang baku untuk membuktikan suatu kebenaran dalam permasalahan matematika. Cara induksi matematika sendiri sangat mudah dimengerti dan dipahami. Oleh karena itu kami sangat merekomendasikan Induksi Matematika ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Dian Sinaga, S.E. Induksi Matematika, (online), (<https://www.studiobelajar.com/induksi-matematika/>), diakses 4 november 2018
- Pinter, P. (5 Desember 2017). Induksi Matematika, (online), (<https://www.pinterpandai.com/induksi-matematika-soal-dan-jawaban/>), diakses 6 November 2016
- Rusmawati, Rusdianto. (2013). Induksi Matematika, (online), (<https://prezi.com/mvwhqhwzitol/induksi-matematika/>), diakses 4 November 2018
- Siang, Jong Jek. 2009. Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer Munir, Rinaldi, Buku Ilmu Komputer Matematika Diskrit, Informasi Bandung, 2005
- Sukardi. Induksi matematika, (online), (<https://mathcyber1997.com/soal-dan-pembahasan-induksi-matematika/>), diakses 5 november 2018
- Wisnu, S. (5 November 2016). Membuktikan rumus dengan induksi matematika, (online), (<https://www.zenius.net/blog/13735/induksi-matematika>), diakses 6 november 2016
- Yosep Dwi Kristanto.(2013).Pendidikan Matematika Induksi Matematika, (online), (<https://yos3prens.wordpress.com/2013/10/06/induksi-matematika/>), diakses 4 November 2018
- Yosep Dwi Kristanto.(2013).Pendidikan Matematika pembuktian teorema binomial dengan induksi matematika, (online), (<https://yos3prens.wordpress.com/2013/11/11/pembuktian-teorema-binomial-dengan-induksi-matematika/>), diakses 4 November 2018.