

DESAIN DIDAKTIS LUAS LINGKARAN PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMP

Yelmiati (fyelmiati@yahoo.co.id)
Program Studi Pendidikan Matematika SPs UPI

Abstrak: Penelitian ini bertujuan untuk merumuskan desain didaktis luas lingkaran berdasarkan hasil analisis buku teks matematika, analisis video pembelajaran pada materi luas lingkaran, analisis teoritis, dan kajian repersonalisasi peneliti. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dengan menggunakan metode deskriptif berupa penelitian desain. Pengumpulan data dilakukan dengan cara studi literatur dan studi dokumentasi. Objek yang diteliti meliputi: buku teks matematika, video pembelajaran pada materi luas lingkaran, dan materi luas lingkaran dalam perspektif teoritis. Data yang diperoleh dianalisis secara kualitatif untuk mengetahui *learning obstacle* dan masalah situasi didaktis yang terjadi. Desain yang dirancang adalah menemukan rumus luas lingkaran menggunakan pendekatan rumus luas segibanyak beraturan, dengan karakteristik: memfasilitasi siswa untuk melakukan proses penemuan, mempertimbangkan level berpikir siswa SMP, dan memberikan materi prasyarat sesuai kebutuhan selama pembelajaran. Desain ini terdiri dari tiga pertemuan. Pertemuan pertama terdiri dari empat situasi yang merupakan situasi aksi dan formulasi. Pertemuan kedua terdiri dari tujuh situasi yang merupakan situasi aksi, formulasi, dan validasi. Pertemuan ketiga terdiri dari tiga situasi yang merupakan situasi institusionalisasi.

Kata kunci: *learning obstacle*, situasi didaktis, desain didaktis, *didactical design research*, lingkaran.

Abstract: The purpose of this research is to formulate didactical design of the area of the circle based on textbook analysis, video analysis about learning process of the area of the circle, theoretical analysis, and researcher's re-depersonalized study. This research used qualitative method and employed descriptive method in the form of didactical design research. The data was collected by using literature study and document analysis. The research objects of this study covers: mathematics textbook, learning video about the area of the circle, and instructional material of the area of circle in theoretical perspective. The data was analyzed qualitatively to figure out learning obstacles and the problem appeared in didactical situation. The created design was to find the formula of the area of circle by using the formula of the area of polygon. The characteristics of this design were to facilitate students to do the discovery process, to consider the thinking level of junior high school students, and to provide pre-requirement materials that are suitable during the learning process. This design consists of three meeting. First meeting consists of four situations which are action and formulation. Second meeting consists of seven situations which are action, formulation, and validation. Third meeting consist of three situations which are institutionalized situation.

Keywords: learning obstacle, didactical situation, didactical design, didactical design research, circle.

PENDAHULUAN

Proses pembelajaran biasanya dimulai dengan pemberian tindakan didaktis oleh guru. Menurut teori situasi didaktis, tindakan didaktis seorang guru dalam proses pembelajaran akan menciptakan sebuah situasi yang dapat menjadi titik awal bagi terjadinya proses belajar (Suryadi, 2013). Tindakan didaktis dapat diberikan dalam bentuk penjelasan suatu konsep, pemberian sebuah masalah, atau permainan matematika. Tindakan didaktis akan memunculkan respon siswa yang belum tentu semuanya sesuai dengan prediksi guru. Agar

proses pembelajaran yang berlangsung tidak mengabaikan ragam pemikiran siswa, maka respon siswa yang beragam harus ditanggapi secara tepat oleh guru. Respon guru terhadap respon siswa ini juga akan memunculkan situasi didaktis baru dalam pembelajaran. Begitulah seterusnya rangkaian situasi didaktis akan terjadi selama pembelajaran.

Glazer (dalam Syukur, 2004) menyatakan bahwa untuk dapat berpikir dengan baik, seseorang harus berhadapan dengan situasi yang tidak dikenal, sehingga seorang individu tidak dapat secara langsung mengetahui bagaimana menentukan solusi suatu masalah dan harus bisa menggunakan pengetahuan yang telah dimilikinya. Dalam mendesain pembelajaran perlu dipertimbangkan alur pikir siswa yang akan berkembang selama pembelajaran dan perlu disiapkan antisipasi apa yang akan dilakukan. Sehingga proses pembelajaran yang berlangsung tidak mengabaikan ragam pemikiran dari siswa. Sepertinya, pembelajaran dengan rancangan bahan ajar yang mempertimbangkan respon dan alur pikir siswa belum menjadi perhatian bagi guru.

Saat ini, guru mendesain pembelajaran cenderung sesuai dengan urutan dan pola yang ada pada buku acuan. Dengan berpatokan secara penuh pada buku acuan yang ada, terkadang guru kesulitan dalam menanggapi respon yang beragam dari siswa. Hal ini menyebabkan proses pembelajaran yang terjadi kurang memperhatikan alur berpikir siswa, bahkan terkadang mengabaikannya. Ketersediaan bahan ajar yang mempertimbangkan alur berpikir siswa memiliki peranan yang sangat penting dalam proses pembelajaran. Pembelajaran yang mengutamakan siswa belajar aktif secara mandiri belum sepenuhnya memberikan hasil yang memuaskan dalam pencapaian kemampuan berpikir matematis. Pengembangan kemampuan berpikir matematis harus disertai dengan penyediaan bahan ajar yang sesuai.

Bahan ajar yang mempertimbangkan alur berpikir siswa dapat diperoleh dengan mengkonstruksi kembali desain pembelajaran yang akan diterapkan. Proses pengkonstruksian akan memberikan ruang yang mendalam bagi guru untuk memikirkan pengaruh tindakan didaktis yang diberikan terhadap siswa. Pengaruh yang dimaksud dapat mencakup, kemampuan yang dapat dikembangkan atau level berpikir yang dapat dicapai. Desain yang dirancang juga perlu memperhatikan respon siswa terhadap tindakan didaktis yang dilakukan guru. Berdasarkan uraian tersebut diperlukan rancangan sebuah desain didaktis yang mempertimbangkan alur berpikir dan respon siswa atas tindakan didaktis yang diberikan, sehingga dapat mengurangi learning obstacle yang dialami siswa.

Brousseau (2002) mengategorikan hambatan-hambatan (*obstacles*) yang dialami siswa menjadi tiga kelompok berdasarkan penyebab munculnya hambatan tersebut. Pertama, hambatan yang disebabkan oleh kesiapan mental siswa dalam belajar (*obstacle of ontogenic origin*). Hambatan ini terjadi karena proses pembelajaran yang tidak sesuai dengan kesiapan mental anak. Kedua, hambatan yang disebabkan oleh sistem pendidikan (*obstacle of didactical origin*). Hambatan ini merupakan hambatan yang terjadi akibat dari kekeliruan proses pembelajaran yang berasal dari sistem pembelajaran di kelas. Ketiga, hambatan yang muncul karena pengetahuan yang dimiliki terbatas pada konteks tertentu (*obstacle of epistemological origin*).

Artikel ini menyajikan hasil penelitian pengembangan desain didaktis luas lingkaran. Artikel ini akan: (1) mendeskripsikan *learning obstacle* dan masalah situasi didaktis yang diidentifikasi berdasarkan kajian terhadap buku ajar dan proses pembelajaran di lapangan yang diperoleh melalui video; (2) mendeskripsikan rancangan desain luas lingkaran berdasarkan analisis teoritis dan kajian repersonalisasi peneliti; (3) mendeskripsikan desain didaktis hipotetik yang dapat dirancang berdasarkan hasil pada poin (1) dan (2).

Desain didaktis yang dirancang dapat dilihat dari teori situasi didaktis. Sierpinska (2007) menyatakan *scientific knowledge grow like this: everything starts with a problem, tentative solutions, communication of the results, their justification, revision of the results in the wake of the criticisms and queries from the scientific community*. Seorang siswa yang belajar dalam perspektif untuk memperoleh pengetahuan ilmiah berawal dari aksi, melalui formulasi dan

validasi, kemudian menuju institusionalisasi. Dalam teori situasi didaktis, tahapan ini disebut dengan situasi didaktis. Brousseau (2002) membagi situasi ini menjadi empat situasi, yaitu: situasi aksi, formulasi, validasi, dan institusionalisasi.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dengan menggunakan metode deskriptif berupa penelitian desain didaktis. Fokus pada penelitian ini adalah mengembangkan desain didaktis luas lingkaran. Suryadi (2013) menyatakan pendekatan penelitian desain didaktis melalui tiga tahapan analisis yaitu: (1) Analisis situasi didaktis sebelum pembelajaran yang wujudnya berupa desain didaktis hipotetik termasuk ADP, (2) analisis metapedadidaktik, dan (3) analisis retrospektif yakni analisis yang mengaitkan hasil analisis situasi didaktis hipotetik dengan hasil analisis metapedadidaktik. Prosedur yang dilakukan dalam penelitian ini: (1) Menganalisis video pembelajaran pada materi luas; (2) Menganalisis buku paket matematika; (3) Melakukan studi literatur; (3) Melakukan repersonalisasi; (4) Merancang desain didaktis termasuk ADP.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan dipaparkan hasil dan pembahasan tentang dua fokus penelitian, yaitu: (1) *learning obstacle* dan masalah situasi didaktis yang terjadi pada pembelajaran luas lingkaran; (2) Luas lingkaran dalam perspektif teoritis.

***Learning Obstacle* dan Masalah Situasi Didaktis**

Berdasarkan sembilan buku paket yang dianalisis, terdapat tiga cara dalam menguraikan topik luas lingkaran:

1. Memberikan rumus luas lingkaran secara langsung.

Satu dari sembilan buku yang dianalisis memberikan rumus luas lingkaran secara langsung. Sajian bahan ajar seperti ini dapat menjadi penyebab munculnya *didactical obstacle*. Pemberian rumus yang sudah jadi, tidak memberikan kesempatan kepada siswa untuk melakukan eksplorasi dan investigasi selama pembelajaran. Sehingga, ketika suatu saat dihadapkan pada persoalan non rutin yang menuntut siswa melakukan eksplorasi dan investigasi, siswa akan mengalami kesulitan. Salah satu penyebabnya adalah bahan ajar yang digunakan guru kurang mendukung.

Jika dilihat dari aspek situasi didaktis, sajian bahan ajar yang langsung memberikan rumus, tidak mendorong siswa untuk mendapatkan pengetahuan secara ilmiah. Dalam teori situasi didaktis, situasi dimana siswa belajar menghafalkan atau mengaplikasikan rumus disebut situasi institusionalisasi. Brousseau (2002) menjelaskan bahwa untuk sampai pada situasi institusionalisasi, dalam memperoleh pengetahuan seseorang harus melalui tahap situasi aksi, formulasi, dan validasi terlebih dahulu. Seseorang yang belajar mengikuti langkah-langkah seperti ini maka akan belajar dalam konteks memperoleh pengetahuan ilmiah. Sierpinska (2007) menyatakan jika seorang siswa langsung memperoleh pengetahuan sebagai dalil-dalil yang harus dihafalkan maka sesungguhnya siswa tersebut tidak mendapatkan apa-apa dalam proses belajarnya.

2. Menguraikan langkah-langkah penemuan secara lengkap sebagai suatu informasi yang harus diterima oleh siswa

Empat buku yang dianalisis menyajikan materi luas lingkaran dengan cara menguraikan langkah-langkah penemuan rumus secara lengkap, sebagai suatu informasi yang harus dibaca dan diterima oleh siswa.

Jika dibandingkan dengan cara pertama, sajian materi luas lingkaran dengan cara kedua sudah lebih baik, karena pada cara ini dijelaskan bagaimana penurunan rumus luas lingkaran sampai diperoleh formula πr^2 . Namun, langkah-langkah penurunan rumus disajikan sebagai suatu informasi, bukan sebagai suatu proses yang harus dikerjakan oleh siswa. Langkah-langkah penurunan rumus disajikan secara lengkap dari awal sampai diperoleh formula, sehingga tidak ada ruang bagi siswa untuk terlibat dalam proses eksplorasi dan investigasi selama proses pembelajaran.

Pengalaman belajar yang diperoleh siswa dengan cara kedua tidak akan jauh berbeda dengan cara pertama. Siswa akan cenderung mengingat dan menghafal informasi yang disediakan. Jika bahan ajar ini digunakan guru dalam pembelajaran, diduga juga akan menimbulkan *didactical obstacle*. Kesulitan-kesulitan yang nantinya dihadapi siswa dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan luas lingkaran disebabkan oleh bahan ajar yang digunakan kurang mendorong siswa untuk berpikir.

3. Memfasilitasi siswa untuk melakukan proses penemuan rumus luas lingkaran

Empat dari sembilan buku yang dianalisis menjabarkan rumus luas lingkaran dengan menyediakan lembar aktifitas bagi siswa untuk terlibat dalam proses penemuan rumus luas lingkaran.

Walaupun penjabaran pada masing-masing buku berbeda, akan tetapi desain yang digunakan sama. Rancangan desain yang digunakan adalah membagi lingkaran menjadi beberapa juring yang sama besar, menyusun juring-juring tersebut membentuk bangun datar tertentu, dan menentukan luas lingkaran dengan menggunakan pendekatan rumus luas bangun datar yang terbentuk. Berikut kutipan desain pada salah satu buku:

Sebuah lingkaran dibagi menjadi 16 bagian, bagian-bagian lingkaran disusun menyerupai persegi panjang dengan lebar sama dengan jari-jari lingkaran yaitu r . Adapun panjangnya adalah setengah dari keliling yaitu $\frac{1}{2} K$. *Luas lingkaran = luas persegi panjang*
 $= p \times l = \frac{1}{2} K \times r = \frac{1}{2} 2\pi r \times r = \pi r^2$ (Permana, 2009: 38).

Desain yang digunakan di SD dan di SMP belum terlihat perbedaannya. Rancangan desain bahan ajar luas lingkaran yang digunakan di SMP cenderung mengulang desain yang sama dengan yang digunakan di SD, padahal cara berpikir siswa SD dan siswa SMP sudah berbeda. Melihat hasil analisis ini, timbul pertanyaan, apakah desain yang digunakan di SMP harus mengulang kembali desain yang sudah pernah dilakukan di SD? Apakah ada desain lain yang lebih mengakomodir level berpikir siswa SMP?

Berdasarkan hasil analisis situasi didaktis terhadap pembelajaran di lapangan yang diperoleh melalui video, terlihat bahwa guru mengulang kembali semua informasi terkait bangun datar. Informasi yang dimaksud meliputi jenis-jenis bangun datar, sifat-sifatnya, dan rumus luasnya. Semua informasi ini nantinya akan digunakan oleh siswa dalam proses menemukan rumus luas lingkaran. Hal ini menggambarkan bahwa guru menyediakan pengetahuan prasyarat yang dibutuhkan siswa secara lengkap pada awal pembelajaran. Saat siswa membutuhkan pengetahuan itu dalam pembelajaran, siswa tinggal melihat atau membaca informasi yang telah disediakan. Berdasarkan analisis peneliti hal ini dapat mereduksi kemampuan berpikir siswa. Siswa tidak perlu lagi *me-recall* pengetahuan yang telah dimilikinya, karena informasi tersebut telah disediakan.

Pengetahuan prasyarat yang tidak secara langsung diberikan diawal pembelajaran dapat mendorong berkembangnya kemampuan berpikir siswa menjadi lebih baik. Siswa akan

terhenti bekerja sementara ketika ada informasi yang dibutuhkan tetapi mereka belum mengetahuinya. Mason (2010: 45) dalam bukunya tentang berpikir matematis menyebut keadaan ini dengan “*being stuck*”.

Everyone gets stuck. It cannot be avoided, and it should not be hidden. It is an honorable and positive state, from which much can be learned. The best preparation for being stuck in the future is to recognize and accept being stuck now, and to reflect on the key ideas and key moments which begin new and useful activity.

Keadaan terhenti bekerja sementara saat informasi yang dibutuhkan belum diketahui merupakan hal yang positif dalam proses pembelajaran. Banyak hal yang dapat dipelajari dari kondisi seperti ini, yang secara tidak langsung mengembangkan kemampuan berpikir siswa. Agar dapat berhadapan dengan kondisi ‘*being stuck*’ dimasa yang akan datang siswa harus menghadapai dan melakukan refleksi terhadap kondisi ‘*being stuck*’ yang dihadapi saat ini.

Jika informasi prasyarat diberikan secara langsung dan lengkap diawal pembelajaran, kapan siswa akan belajar dalam menghadapi kondisi ‘*being stuck*’, seperti disebut oleh Mason (2010). Pemberian materi prasyarat secara lengkap akan menyebabkan siswa tidak terbiasa dengan kondisi ‘*being stuck*’. Oleh karena itu, jika dihadapkan terhadap masalah-masalah yang tidak secara langsung bisa diselesaikan, masalah yang menimbulkan kondisi ‘*being stuck*’, siswa cepat meyerah dan mengatakan tidak bisa. Hal ini terjadi karena tidak dibiasakan dalam pembelajaran. Siswa kurang dibiasakan untuk berpikir mandiri. Sehingga hal ini menjadi hambatan belajar bagi siswa dimasa yang akan datang. Secara sekilas pemberian materi prasyarat diawal pembelajaran terlihat membantu siswa, tetapi pengaruh jangka panjangnya malah mereduksi kemampuan berpikir siswa. Dengan kata lain kondisi seperti ini menimbulkan *didactical obstacle* dalam pembelajaran.

Berdasarkan teori situasi didaktis, hal ini merupakan salah satu paradok dari kontrak didaktis, semakin banyak guru mengarahkan siswa ke arah pencapaian tujuan atau menyatakan secara langsung apa yang harus dilakukan siswa, maka semakin besar resiko siswa kehilangan pencapaian tujuan pembelajaran (Brousseau, 2002).

Selain masalah pengetahuan prasyarat, fokus lain dalam analisis video adalah tentang desain yang digunakan. Rancangan desain yang digunakan pada video ini sama dengan kesembilan buku paket yang telah dianalisis diawal. Siswa diminta membagi lingkaran menjadi beberapa juring yang sama besar, kemudian membentuknya menjadi bangun datar tertentu, dan menentukan rumus luas lingkaran dengan pendekatan rumus luas bangun yang terbentuk. Hal ini kembali menimbulkan pertanyaan peneliti, apakah harus seperti itu mempelajari luas lingkaran di SMP?

Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan oleh Husna (2012) pada salah satu SD di Palembang, pendekatan ini relevan diterapkan di SD. Melalui pendekatan seperti ini siswa SD terlibat secara aktif dan memberikan kontribusi yang positif terhadap pembelajaran. Siswa terlibat dalam menyusun juring-juring lingkaran membentuk bangun datar tertentu dan menentukan luasnya. Kemudian luas lingkaran ditentukan berdasarkan pendekatan luas bangun tersebut. Sekarang, bagaimana jika desain yang sama ternyata diimplementasikan lagi di SMP? Berdasarkan analisis peneliti hal ini akan menimbulkan *ontogenic obstacle*. Desain yang diberikan tidak begitu menantang bagi siswa SMP karena jika dilihat dari level berpikirnya, desain seperti ini kurang relevan lagi untuk siswa SMP.

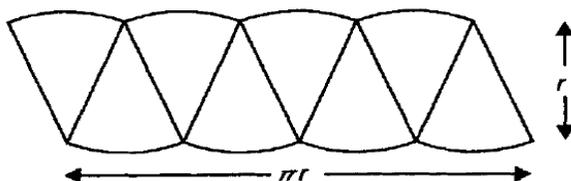
Perspektif Teoritis

Berdasarkan studi literatur dan eksplorasi peneliti, diperoleh dua pendekatan yang dapat digunakan untuk memfasilitasi siswa dalam menemukan rumus luas lingkaran:

1. Pendekatan Luas Bangun Datar

Pendekatan ini dilakukan dengan cara membagi lingkaran menjadi beberapa juring yang sama besar kemudian juring-juring tersebut disusun membentuk bangun datar. Bangun datar yang dimaksud bisa berbentuk segitiga, persegi panjang, atau jajargenjang. Luas lingkaran

ditentukan dengan pendekatan terhadap luas bangun datar yang terbentuk. Gambar di bawah ini mengilustrasikan pendekatan ini:



Gambar 1
Bangun Datar yang terbentuk dari Susunan Juring-juring Lingkaran

Bangun datar yang terbentuk menyerupai bangun jajargenjang. Alas jajargenjang sama dengan setengah keliling (πr) dan tingginya sama dengan jari-jari lingkaran (r), sehingga diperoleh luas jajargenjang sama dengan πr^2 . Dengan memperkecil sudut pusat juring maka luas jajargenjang akan mendekati luas lingkaran.

2. Pendekatan Luas Segibanyak

Pendekatan ini pertama kali ditemukan oleh Archimedes pada tahun 287-212 SM. Archimedes menamakan pendekatan ini dengan "*Squaring the Circle*". Luas lingkaran dihampiri dengan menggambar segibanyak beraturan di dalam lingkaran. Dengan memperbesar ukuran sisi segibanyak, Archimedes menemukan bahwa luas lingkaran dapat dihampiri dengan baik melalui luas segibanyak.

Archimedes juga telah menemukan nilai perbandingan keliling dengan diameter lingkaran sebelum menemukan rumus luas lingkaran. Nilai perbandingan yang ditemukan oleh Archimedes terletak antara $3\frac{10}{71}$ dan $3\frac{1}{7}$ (Wilder, 2005). Perbandingan ini kemudian dilambangkan dengan huruf Yunani yaitu π . Penemuan nilai perbandingan ini menjadi poin penting dalam perkembangan konsep lainnya dalam lingkaran.

Penjelasan tentang pendekatan ini dimulai dengan menyadari bahwa nilai $\pi \approx 3,14$. Nilai ini akan digunakan pada langkah terakhir dalam penjelasan ini. Tahapan yang dilalui dalam pendekatan ini, adalah sebagai berikut: Pertama, mendekati lingkaran dengan persegi. Sebuah persegi digambar dalam lingkaran dengan keempat titik sudut persegi tepat pada busur lingkaran (*inscribed square*).

Diagonal persegi akan sama dengan diameter lingkaran atau sama dengan $2r$, r adalah jari-jari lingkaran. Sehingga diperoleh panjang sisi persegi $\sqrt{2r}$ dan luas lingkaran $2r^2$. Nilai ini belum mendekati nilai luas lingkaran yang sebenarnya, namun ini merupakan permulaan untuk mendekati nilai luas lingkaran.

Langkah selanjutnya mendekati luas lingkaran dengan segienam. Luas segienam beraturan ditentukan dengan menghitung luas segitiga yang terbentuk pada gambar. Luas segitiga dapat ditentukan dengan mudah jika diketahui alas dan tinggi dari salah satu segitiga. Segitiga yang terbentuk merupakan segitiga sama sisi, sehingga diperoleh luas segienam sebagai berikut: $L = 6 \left(\frac{1}{2} r \sqrt{3} \frac{r}{2} \right) = \frac{3\sqrt{3}r^2}{2} = 2,59 r^2$. Nilai ini sudah lebih mendekati nilai luas lingkaran yang sebenarnya dibandingkan dengan nilai yang diperoleh pada segiempat.

Pendekatan ini dapat dilanjutkan untuk segi- n beraturan secara umum. Luas segi- n sama dengan n kali luas segitiga yang terbentuk, yaitu $n \left(\frac{1}{2} h b \right)$, h dan b masing-masing

merupakan tinggi dan alas segitiga. Sehingga diperoleh luas lingkaran: $L = n \left(\frac{1}{2} h b \right) = \frac{1}{2} h (n b)$.

Pada pernyataan di atas, (nb) merupakan keliling segi- n beraturan. Jika nilai n semakin besar maka keliling segi- n akan sama dengan keliling lingkaran. Sehingga diperoleh: $L = n \left(\frac{1}{2} h b \right) = \frac{1}{2} h (n b) \approx \frac{1}{2} r (2\pi r) = \pi r^2$. Jadi, melalui pendekatan ini diperoleh luas lingkaran merupakan perkalian nilai π , yang sebelumnya telah ditemukan oleh Archimedes, dengan r^2 . Ide yang ditemukan oleh Archimedes dalam menemukan rumus luas lingkaran seperti ini, menjadi ide dasar dalam perkembangan konsep kalkulus integral.

Desain Didaktis yang Dikembangkan

Desain didaktis luas lingkaran yang dikembangkan mempertimbangkan beberapa karakteristik berikut:

1. Memfasilitasi siswa melakukan proses penemuan

Desain didaktis hipotetik dirancang dengan memberikan kesempatan kepada siswa untuk terlibat dalam proses penemuan rumus luas lingkaran. Dienes (Suryadi: 2008) menyatakan bahwa anak mengkonstruksi pengetahuan matematika baru melalui refleksi terhadap aksi-aksi yang dilakukan baik bersifat fisik maupun mental. Anak-anak melakukan observasi untuk menemukan keterkaitan dan pola, serta membentuk generalisasi dan abstraksi.

2. Mempertimbangkan level berpikir siswa SMP

Berdasarkan tahap perkembangan kognitif yang dikemukakan oleh Piaget (Suherman: 2003), secara umum siswa SMP berada pada tahap operasi formal. Pada tahap ini, anak sudah mampu melakukan penalaran tanpa harus berhadapan dengan objek atau peristiwanya langsung. Penalaran yang terjadi dalam struktur kognitifnya telah mampu hanya dengan menggunakan simbol-simbol, ide-ide, abstraksi dan generalisasi.

Van Hiele dalam teorinya tentang level berpikir geometri menyatakan bahwa idealnya level berpikir siswa SMP berada pada tahap pengurutan (deduksi informal). Pada tahap ini anak sudah mampu mengetahui hubungan yang terkait antara suatu bangun geometri dengan bangun geometri lainnya. Anak sudah mulai mampu untuk melakukan penarikan kesimpulan secara deduktif, tetapi masih pada tahap awal artinya belum berkembang baik.

3. Memberikan materi prasyarat sesuai kebutuhan selama pembelajaran

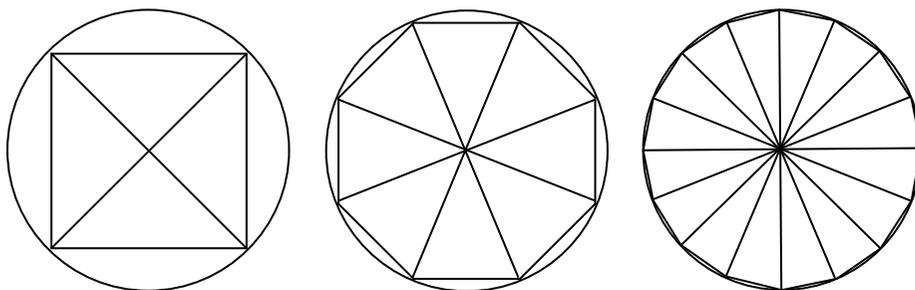
Dengan tujuan memandirikan proses berpikir siswa maka materi prasyarat pada desain ini tidak diberikan secara lengkap diawal pembelajaran, namun diintegrasikan selama proses pembelajaran. Ketika siswa membutuhkan pengetahuan lain dalam mempelajari suatu konsep, namun siswa belum mengetahuinya, maka siswa akan terhenti bekerja sementara. Kondisi seperti ini disebut oleh Mason (2010) dengan *'being stuck'*. Kondisi *'being stuck'* memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengembangkan kemampuannya dengan baik.

Dengan mempertimbangkan ketiga karakteristik di atas maka pendekatan yang digunakan dalam menemukan rumus luas lingkaran pada desain ini adalah pendekatan luas daerah segi- n beraturan. Tujuan pembelajaran dari desain didaktis ini adalah menemukan rumus luas lingkaran dengan pendekatan rumus luas daerah segi- n beraturan yang digambar di dalam lingkaran. Proses menentukan luas lingkaran dengan pendekatan seperti ini pernah dilakukan oleh Archimedes, sebagaimana yang disampaikan oleh Wilder (2005 :45): *"By calculating the area of polygons with very large numbers of sides, up to 96, Archimedes was able to get a good estimate of the area and perimeter of a circle"*. Melalui serangkaian aktivitas pengamatan terhadap segi- n beraturan yang digambar di dalam lingkaran, diharapkan siswa dapat memformulasikan rumus luas lingkaran.

Desain ini dikembangkan sebanyak tiga pertemuan, masing-masing pertemuan disebut desain satu, desain dua, dan desain tiga.

Desain Satu

Desain satu terdiri dari empat situasi. Situasi pertama sampai ketiga siswa diminta menggambar segiempat, segidelapan, dan segienambelas beraturan dalam lingkaran. Segiempat, segidelapan, dan segienambelas beraturan yang akan digambar siswa adalah seperti terlihat pada gambar di bawah ini:



Gambar 2
Segiempat, Segidelapan, dan Segienambelas dalam Lingkaran

Situasi keempat, siswa diminta mengidentifikasi perubahan pada masing-masing gambar.

Tujuan utama dari desain ini adalah memberikan pengalaman kepada siswa dalam menggambar segi- n beraturan dalam lingkaran. Berdasarkan teori abstraksi, hal ini termasuk kedalam abstraksi empirik. Skemp dalam Nurhasanah (2011) menyatakan bahwa aktivitas abstraksi dimulai dengan kepekaan terhadap adanya karakteristik yang sama dari pengalaman-pengalaman yang dimilikinya, kemudian kesamaan-kesamaan yang diperolehnya dijadikan sebagai dasar untuk melakukan pengklasifikasian.

Pada situasi pertama diprediksi ada dua respon yang akan dimunculkan siswa. Respon pertama, siswa menentukan titik-titik sudut segiempat pada lingkaran, kemudian menghubungkannya. Pada respon ini sangat dibutuhkan ketelitian siswa dalam menentukan titik-titik sudut segiempat agar diperoleh segiempat beraturan. Guru dapat mengantisipasi dengan memberikan penekanan bahwa yang akan dibuat adalah segiempat beraturan. Respon kedua, siswa menggambar segiempat menggunakan jangka, memanfaatkan konsep garis bagi. Untuk memunculkan ide dalam melukis ini guru bisa memberikan *scaffolding* berupa pertanyaan yang sifatnya *probing dan prompting question*.

Pada situasi kedua, respon yang diharapkan dimunculkan siswa adalah menggambar segidelapan beraturan dengan memanfaatkan segiempat yang telah digambar pada proses sebelumnya. Demikian juga pada situasi ketiga, saat menggambar segienambelas beraturan, siswa diharapkan memberi respon dengan memanfaatkan segidelapan yang telah digambar.

Situasi keempat, siswa mengidentifikasi perubahan dari gambar segiempat dalam lingkaran ke segidelapan dan segienambelas. Prediksi respon pada situasi ini ada lima. Satu, ukuran segitiga yang ada dalam segibanyak semakin kecil sedangkan jumlahnya semakin banyak. Dua, sisinya semakin banyak. Tiga, luas lingkaran diluar segibanyak semakin kecil. Empat, semakin banyak segi maka gambar semakin membentuk lingkaran. Lima, tinggi segitiga semakin mendekati jari-jari lingkaran.

Berdasarkan teori situasi didaktis, pada desain ini terjadi situasi aksi dan situasi formulasi. Situasi pertama sampai ketiga merupakan situasi aksi dan situasi keempat

merupakan situasi formulasi. Skenario pembelajaran pada situasi formulasi dikembangkan berdasarkan aktifitas dan pengalaman pada situasi aksi.

Desain Dua

Desain dua terdiri dari tujuh situasi. Tujuan utama dari desain dua adalah memformulasikan rumus luas lingkaran berdasarkan analisis dan pengamatan terhadap segiempat, segidelapan, dan segienambelas dalam lingkaran.

Situasi pertama sampai ketiga adalah menentukan luas segiempat, segidelapan, dan segienambelas beraturan dalam lingkaran. Dalam menentukan luas luas segiempat ada tiga cara yang diprediksi, yaitu: $sisi \times sisi$, $4 \times luas\ segitiga$, dan $luas\ lingkaran - (4 \times luas\ tembereng)$. Dalam menentukan luas segidelapan, respon yang diprediksi adalah $8 \times luas\ segitiga$ dan $luas\ lingkaran - 8 \times luas\ tembereng$. Pada saat menentukan luas segienambelas beraturan, diharapkan siswa menggunakan cara yang paling sederhana, yaitu: $16 \times luas\ segitiga$.

Situasi keempat dan kelima merupakan proses menggeneralisasi luas segi- n beraturan. Dimulai dengan menentukan luas *segi-50* dan *segi-1000*, kemudian digeneralisasi untuk luas *segi- n* secara umum, yaitu: $n \times luas\ segitiga$, $n \times \frac{a \times t}{2}$. Alas segitiga merupakan sisi *segi- n* dan tinggi segitiga merupakan apotema lingkaran.

Situasi keenam, memberikan deskripsi tentang gambar segiempat, segidelapan, dan segienambelas beraturan yang digambar di dalam lingkaran. Siswa akan memberikan respon bahwa sebagian besar terdiri dari sejumlah segitiga, maka luas *segi- n* sama dengan $n \times luas\ segitiga$.

Situasi ketujuh, memformulasikan rumus luas lingkaran. pada situasi ini, diharapkan siswa dapat memformulasikan: (1) keliling *segi- n* beraturan sama dengan $n \times a \approx$ keliling lingkaran $= 2\pi r$; (2) $t = r$; (3) Luas *segi- n* $= n \times \frac{a \times t}{2} = n \times a \times \frac{t}{2} = keliling\ segi-n \times \frac{t}{2}$, $t \approx keliling\ lingkaran \times \frac{r}{2} = 2\pi r \times \frac{r}{2} = \pi r^2$.

Menurut teori Gestalt seseorang belajar jika ia mendapat *insight*. Gestalt mengemukakan bahwa *insight* adalah pengamatan atau pemahaman terhadap hubungan antar bagian-bagian di dalam suatu situasi permasalahan. *Insight* sering dihubungkan dengan pernyataan spontan "aha" atau "oh, I see now". *Insight* diperoleh bila seseorang melihat hubungan tertentu antara berbagai unsur dalam situasi itu, sehingga hubungan itu menjadi jelas baginya dan dengan demikian dapat memecahkan masalah yang timbul.

Berdasarkan teori situasi didaktis, situasi pertama sampai ketiga merupakan situasi aksi dan situasi keempat sampai ketujuh merupakan situasi formulasi. Situasi validasi juga terdapat pada situasi ketujuh.

Desain Tiga

Desain tiga merupakan tahap menginternalisasikan pengetahuan yang telah diperoleh pada desain satu dan dua. Berdasarkan teori situasi didaktis, desain tiga merupakan situasi institusionalisasi. Pada situasi ini, pengetahuan diharapkan menjadi hak milik siswa. Pada desain ini diberikan empat soal dalam konteks yang berbeda, agar siswa dapat mengaplikasikan pengetahuan yang telah dimiliki.

KESIMPULAN

Artikel ini telah menyajikan bagian dari hasil penelitian pengembangan desain luas lingkaran pada pembelajara matematika SMP. Desain didaktis ini dapat digunakan sebagai alternatif bahan ajar dalam pembelajaran matematika SMP. Desain didaktis yang dihasilkan dapat dikembangkan terus dalam konteks yang lebih kaya.

DAFTAR RUJUKAN

- Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situation in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Husna, N., & Rejeki, Sri. (2012). *Menemukan Rumus Luas Lingkaran dengan Konteks Tutup Kaleng Kue Berbentuk Lingkaran*. [online]. Tersedia: <http://srirejeki345.wordpress.com/2012/11/11/menemukan-rumus-luas-lingkaran-dengan-konteks-tutup-kaleng-kue-berbentuk-lingkaran/pdf>. [17 Maret 2014].
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically*. Great Britain: Henry Ling Ltd, Dorchester, Dorset.
- Nurhasanah, Farida. (2012). *Abstraksi dan Alat Peraga Maya dalam Pembelajaran Matematika*. Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika UNIMED.
- Permana, A., Dadi., & Triyati. (2009). *Bersahabat dengan Matematika untuk Kelas VI SD & MI*. Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional.
- Sierpinska, Anna. (2007). *Riview Of Theory Of Didactical Situations in Mathematics*. Diklat perkuliahan.
- Suherman., Erman., dkk. (2003). *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: FPMIPA UPI.
- Suryadi, D. (2013). *Didactical Design Research (DDR) dalam Pengembangan Pembelajaran Matematika*. Makalah pada Seminar Nasional Pendidikan Matematika di UNES. Tidak diterbitkan.
- Suryadi, Didi., dan Herman, Tatang. (2008). *Eksplorasi Matematika Pembelajaran Pemecahan Masalah*. Jakarta: Karya Duta Wahana.
- Syukur, M. (2004). *Pengembangan kemampuan Berpikir Kritis Siswa SMU melalui Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Open Ended*. Tesis pada PPS UPI. Bandung: Tidak dipublikasikan.
- Wilder, S. J., dan Mason, John. (2005). *Developing Thinking in Geometry*. Britain: Cromwell Press.