

METODE KONSTRUKSI UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH TATA LETAK FASILITAS

Oleh:

Yaya S. Kusumah*

*Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Pendidikan Indonesia*

ABSTRACT

The facility layout design problem is concerned with determining the location of a number of facilities which optimises a prescribed objective such as profit, cost, or distance. This problem arises in many applications; for example, in design of buildings and in plant layout design. Most approaches for solving this problem are heuristic in nature and based on graph theoretic concepts. Graph theoretically, when the objective is to maximize profit, the facility layout design problem is to determine, in a given edge weighted graph G , a maximum weight planar sub graph. In this paper, a new heuristic based on graph theoretic concepts is presented. A comparative analysis based on 3600 random test problems demonstrates the value of this algorithm.

Key words: *Heuristic, maximum planar graph, computer, facility layout design.*

PENDAHULUAN

Masalah desain tata letak fasilitas (the facility layout design problem) berkaitan erat dengan prosedur penentuan susunan dan konfigurasi optimal fasilitas, yang bertujuan untuk meminimalkan biaya, ruangan, perpindahan benda, jarak tempuh; atau memaksimalkan hasil atau keuntungan. Biasanya masalah ini menjadi lebih rumit manakala persyaratan lain seperti ketersediaan sumber, faktor keselamatan, urutan, waktu, atau bentuk, ikut pula menjadi bahan pertimbangan.

Dalam industri, masalah desain tata letak fasilitas muncul dalam bidang manufaktur (seperti tata letak mesin) dan pergudangan (tata letak gudang, prosedur pengiriman barang) dan berbagai situasi jenis penugasan (antara pesawat terbang

* Reviewer: Kosim Rukmana
Jurusan Pendidikan Matematika
FPMIPA UPI.

dan pintu gerbang, antara file-file komputer dan piringan magnetis). Pemecahan masalah tata letak fasilitas berdampak pada kelangsungan industri. Misalnya dalam pengiriman barang, bagaimana agar total biaya yang diperlukan untuk memindahkan barang-barang tersebut dapat diminimalkan. Biaya penanganannya bisa menghabiskan antara 30% hingga 75% dari keseluruhan biaya, sehingga pengurangan biaya dalam sektor ini sangat berarti dalam pasar global yang semakin kompetitif (Caccetta dan Kusumah (1998, 2001)). Dalam industri jasa, masalah desain tata letak fasilitas muncul dalam lokasi fasilitas darurat (misalnya ambulans, pusat pemadam kebakaran) dan dalam alokasi ruangan (seperti bangunan kantor, pusat perbelanjaan, bandar udara dan lain-lain).

Masalah desain tata letak fasilitas merupakan masalah sulit. Itulah sebabnya, meskipun sejumlah algoritma eksak Bazaraa (1975), Bazara dan Serali (1982), Foulds dan Robinson (1976), Lawler (1963)) telah diciptakan, kesulitan komputasi sering muncul dalam aplikasi-aplikasi yang besar. Kesulitan seperti ini telah membuat para peneliti memfokuskan perhatiannya pada pendekatan heuristik. Beberapa pendekatan heuristik lewat teori graf untuk memecahkan masalah ini telah dikemukakan oleh Boswell (1992), Caccetta dan Kusumah (1998, 2001), Foulds dan Robinson (1978), Foulds dkk. (1985), Green dan Al Hakim (1985), Kim dan Kim (1995), dan Leung (1992). Keuntungan penggunaan metode teori graf adalah bahwa tidak perlu digunakan uji planaritas.

Dalam makalah ini akan dibicarakan sebuah metode baru yang didasarkan pada teori graf konstruktif. Sejumlah heuristik dalam literatur, disertai sebuah algoritma baru, akan ditampilkan. Hasil komputasi, berdasarkan pada 3600 masalah yang didesain secara random normal, menunjukkan bahwa algoritma baru ini mempunyai kelebihan.

MODEL TEORI GRAF

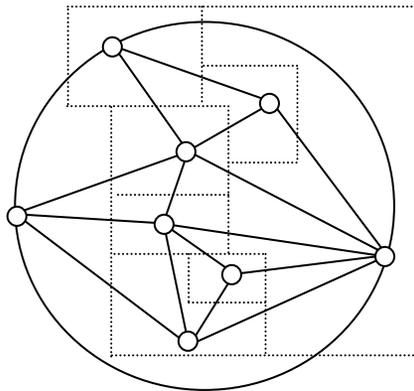
Beberapa model telah dikembangkan (Kusiak dan Heragu, 1987) untuk menyelesaikan masalah tata letak fasilitas; termasuk di antaranya model bentuk penugasan kuadratis (quadratic assignment), peliput himpunan kuadratis (quadratic set covering), pemrograman bilangan bulat linear (linear integer programming), dan teori graf (graph theory). Dalam uraian ini perhatian akan dipusatkan pada model teori graf, sedangkan masalah yang akan diselesaikan adalah penentuan lokasi fasilitas dengan tujuan untuk memaksimalkan keuntungan. Diasumsikan bahwa besarnya tuntutan atau permintaan kedekatan (ajasensi) antara satu fasilitas dengan fasilitas lainnya telah diketahui.

Dalam pembicaraan kita, misalkan $G = (V,E)$ adalah graf terhingga dengan himpunan simpul (vertex) V dan himpunan sisi (edge) E . Kita misalkan $V = \{1, 2, \dots, n\}$ dan kita nyatakan sebuah sisi yang menghubungkan simpul i dan j dengan

(i,j). Kita asumsikan bahwa G tidak memiliki sisi rangkap dan juga tanpa loop. G termasuk graf planar jika G dapat digambar pada sebuah bidang datar dengan sisi-sisi yang hanya saling berpotongan pada ujung-ujungnya. G termasuk graf maksimal planar jika penambahan sebuah sisi membuat graf tersebut menjadi non-planar. Telah diketahui bahwa graf planar maksimal mempunyai tepat $3n-6$ sisi dan $2n-4$ muka (Bondy dan Murty, 1977).

Masalah tata letak fasilitas dapat dibuat modelnya sebagai graf dengan sisi berbobot. Simpulnya menyatakan fasilitas, sedangkan sisi-sisinya menyatakan ajasensi, dan bobot sisi menyatakan keuntungan yang diperoleh jika fasilitas tertentu diletakkan berdekatan dengan fasilitas lainnya. Dalam hal ini, dari graf berbobot yang diketahui, kita membentuk graf bagian dengan bobot maksimum. Setelah graf planar maksimal diperoleh, kita dapat merancang tata letak fasilitasnya. Sebagai contoh, Gambar 1 memperlihatkan sebuah graf dan tata letak fasilitasnya.

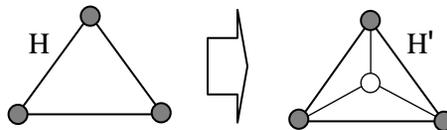
Prosedur pembuatan tata letak dari graf planar maksimal telah dikemukakan beberapa pakar (Al Hakim (1992), Giffin dkk. (1984), Hassan dan Hogg (1989,1991), Irvine dan Rinsma-Melchert (1997), dan Rinsma dkk. (1990)).



Gambar 1. Sebuah graf dan tata letak fasilitas yang berkorespondensi

BEBERAPA OPERASI PENYISIPAN DAN HEURISTIK KONSTRUKTIF

Dalam bagian ini akan dibicarakan beberapa operasi penyisipan beserta heuristik-heuristik yang menggunakannya. Kita mulai dengan operasi penyisipan simpul tunggal pada sebuah muka. Dalam hal ini H digantikan dengan H' .



Gambar 2. Operasi penyisipan simpul tunggal pada sebuah muka (O_1)

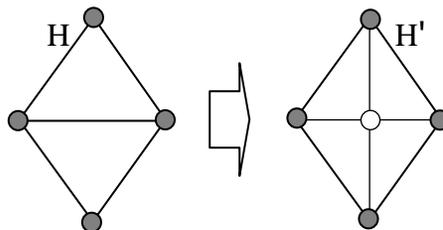
Dalam operasi ini sebuah simpul disisipkan pada sebuah muka (segitiga), sehingga diperoleh 3 muka yang baru bersama-sama dengan 3 sisi yang baru. Simpul yang disisipkan mempunyai derajat simpul 3, dan muka lama, tempat penyisipan dilakukan, dibuang dari graf bagian planar yang baru dikonstruksi.

Berikutnya adalah penyisipan 3 simpul sekaligus pada sebuah muka. Prosesnya sebagai berikut:

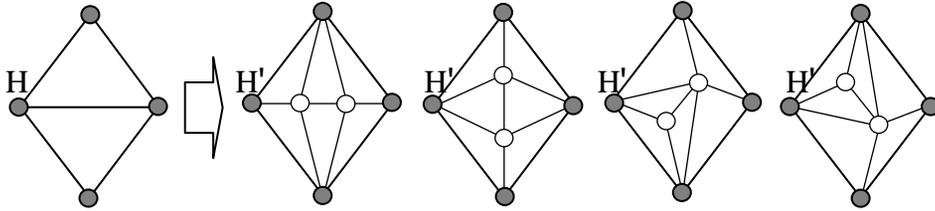


Dalam proses ini, tujuh muka serentak muncul bersama-sama dengan 9 sisi baru diikuti dengan hilangnya sebuah muka lama. Dalam operasi penyisipan ini terdapat 6 konfigurasi yang berbeda, yang harus dihitung bobotnya, untuk memperoleh konfigurasi dengan bobot tertinggi.

Operasi berikutnya adalah penyisipan yang mengganti sebuah pasangan muka yang memiliki sebuah sisi persekutuan dengan graf bagian baru yang seluruh simpulnya ajasen dengan simpul baru.

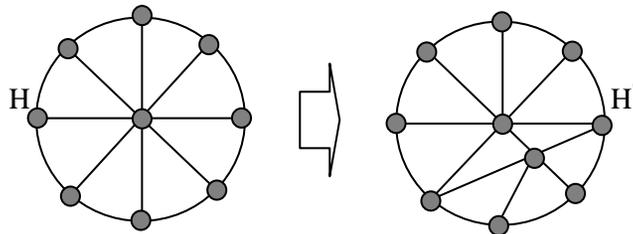


Operasi penyisipan yang mengganti sebuah pasangan muka yang memiliki sebuah sisi persekutuan dapat pula dikakukan dengan penyisipan 2 simpul baru. Dalam proses ini kita memperoleh 6 muka baru dan 7 sisi baru. Dua muka dalam graf bagian sebelumnya tidak muncul kembali dalam graf planar baru yang diperoleh. Dalam proses ini, sisi persekutuan dihilangkan, sehingga bisa diharapkan adanya peningkatan bobot sisi.



Gambar 5. Operasi penyisipan dua simpul pada sepasang muka (O_4)

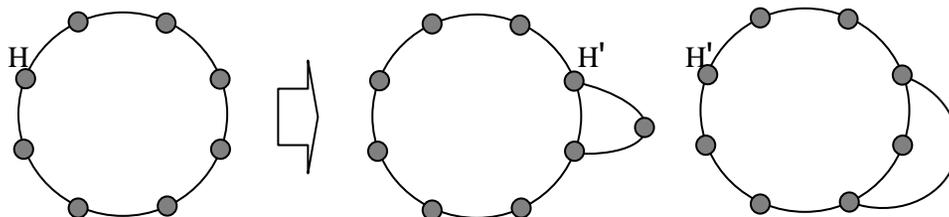
Operasi penyisipan lainnya yang amat berbeda dengan teknik-teknik di atas adalah penyisipan dalam metode Perluasan Roda (Eades dkk. (1982). Dalam metode ini, penyelesaian awal K_4 diperoleh dengan jalan memilih sebuah sisi yang mempunyai bobot tertinggi dan kemudian mengaplikasikan 2 penyisipan simpul secara berurutan sesuai dengan kriteria perhitungan keuntungan tertentu. Proses ini kemudian dilanjutkan dengan proses penyisipan, yang disebut prosedur perluasan roda. Sebuah roda pada n simpul didefinisikan sebagai sebuah siklus (cycle) pada $n-1$ simpul (yang terletak pada siklus tersebut), demikian sehingga tiap-tiap simpul bersebelahan (ajasen) dengan sebuah simpul tambahan (yang disebut titik pusat). Misalkan W adalah sebuah roda yang memiliki titik pusat x . Pilihlah 2 simpul k dan l , yang merupakan simpul pada roda tersebut. Sebuah simpul y dari himpunan simpul yang belum digunakan kemudian disisipkan pada roda ini dalam graf bagian yang ada demikian sehingga y merupakan titik pusat dari sebuah roda baru W' yang mengandung k , l , dan x sebagai simpul pada rodanya, dan semua simpul pada roda W sekarang bersebelahan dengan simpul x atau y . Dengan menyisipkan simpul yang belum digunakan secara berturut-turut dengan menggunakan prosedur tersebut, maka graf bagian akhir yang planar maksimal dapat diperoleh.



Gambar 6. Operasi penyisipan perluasan roda (O_5)

Dalam pendekatan teori graf, terdapat pula operasi penyisipan lain, yaitu Tessa (Boswell, 1992), yang diawali dengan pembuatan sebuah daftar segitiga yang diurutkan berdasarkan bobotnya, dari bobot terbesar hingga bobot terkecil. Segitiga pertama yang memiliki bobot tertinggi dijadikan sebagai penyelesaian awal. Untuk

membentuk graf bagian baru, Tessa menambahkan sebuah segitiga dengan bobot tertinggi (yang belum pernah digunakan), tepat pada batas (boundary) graf bagian yang merupakan penyelesaian sementara. Sebuah segitiga hanya bisa ditambahkan jika mengandung satu atau dua sisi yang merupakan persekutuan dengan sisi pada batas graf bagian yang dimiliki. Segitiga yang mengandung sisi atau simpul di bagian dalam (interior) penyelesaian sementara tidak dapat ditambahkan.



Gambar 7. Operasi penyisipan Tessa (O_6)

Dengan berdasarkan proses-proses penyisipan di atas kita dapat menyatakan bahwa heuristik-heuristik literatur yang hanya mengaplikasikan operasi O_1 adalah Metode Deltahedron (Foulds dan Robinson, 1978) dan Algoritma Green-Al Hakim (Green dan Al Hakim, 1985), sedangkan Heuristik Konstruktif Leung (Leung, 1992) dan Algoritma Kim-Kim (Kim dan Kim 1995) menggunakan operasi O_1 dan O_2 . Algoritma CK-1 (Caccetta dan Kusumah, 1998) melibatkan operasi O_1 , O_3 , dan sebagian dari O_4 , dan Algoritma CK-2 (Caccetta dan Kusumah, 2001) melibatkan operasi O_1, O_3, O_4 , dan O_5 . Selain itu, Metode Perluasan Roda menggunakan operasi O_5 , dan Tessa menggunakan operasi O_6 .

Hampir seluruh algoritma di atas menggunakan graf lengkap K_4 terbaik sebagai penyelesaian awalnya. Hanya dua algoritma yang menggunakan graf lengkap K_3 terbaik sebagai penyelesaian awalnya, yaitu Algoritma Green-Al Hakim dan Tessa. Yang dimaksud dengan penyelesaian K_3 terbaik atau K_4 terbaik adalah penyelesaian yang diambil dari $n(n-1)(n-2)/6$ K_3 atau $n(n-1)(n-2)(n-3)/24$ K_4 yang memiliki jumlah bobot sisi tertinggi. Metode Deltahedron, selain mempunyai penyelesaian awal K_4 terbaik seperti yang diuraikan di muka, masih mempunyai penyelesaian awal lain, yang didasarkan pada jumlah bobot sisi yang insiden terhadap tiap-tiap simpul. Jumlah ini kemudian dimasukkan dalam sebuah daftar dengan urutan tak naik (non-increasing order). Empat simpul dengan jumlah tertinggi diambil sebagai penyelesaian awal.

Sekarang kita sajikan sebuah algoritma (Algoritma CK-3), yang dapat dipandang sebagai perluasan dari algoritma CK-1 dan CK-2 (Caccetta dan Kusumah, (1998,2001)). Algoritma ini mempergunakan operasi penyisipan O_7

sebagai berikut. Dalam hal ini H digantikan dengan H'. Secara singkat algoritma ini dapat dituliskan seperti berikut:

1. Seleksi penyelesaian awal.

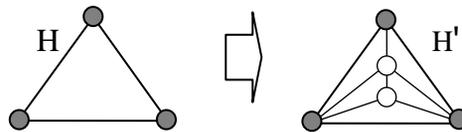
Pilihlah K_4 dengan jumlah bobot sisi tertinggi.

2. Penentuan jenis operasi penyisipan.

Tentukan jenis operasi penyisipan dengan bobot tertinggi dari jenis operasi O_1 , O_3 , O_4 , atau O_7 .

3. Pembuatan graf bagian baru.

Buatlah sebuah graf bagian baru berdasarkan jenis penyisipan yang diambil. Ulangi hingga semua simpul yang belum digunakan selesai disisipkan.



Gambar 8. Operasi penyisipan 2 simpul pada sebuah muka (O_7)

HASIL PERCOBAAN

Analisis komparatif dari beberapa heuristik yang dijelaskan pada bagian 2 telah diselesaikan dengan melibatkan 600 masalah random berdistribusi normal. Masalah-masalah tersebut terdiri atas 30 masalah random yang dibentuk dari n simpul, $n = 5, 10, 15, \dots, 100$. Bobot dalam tiap-tiap masalah merupakan bilangan bulat yang dipilih dari distribusi $[0,100]$. Percobaan ini dilaksanakan dengan bantuan komputer workstation Silicon Graphic (R5000) yang memiliki kecepatan 150Mhz. Semua algoritma diuji dengan menggunakan program dalam bahasa C.

Tabel 1 memperlihatkan penampilan tiap-tiap algoritma dibandingkan dengan batas atas. Perlu diperhatikan bahwa, nilai-nilai batas atas ini ditentukan dengan menghitung bobot total dari $3n-6$ sisi dengan bobot tertinggi, yang tidak selalu merupakan nilai optimal, karena graf yang diwakili bisa saja tidak planar. Dari tabel tersebut dapat dilihat bahwa heuristik yang menampilkan penyelesaian tertinggi adalah CK-3.

Tabel 1. Total rata-tata keuntungan (% dari batas atas)

	Metoda Deltahedron	Algoritma Green-Al Hakim	Heuristik Konstruktif Leung	Metoda Perluasan Roda	Tessa	Algoritma Kim-Kim	Algoritma CK-1	Algoritma CK-2	Algoritma CK-3
5	99,89	99,62	99,89	100,00	97,44	99,89	100,00	100,00	100,00
10	92,41	90,22	93,72	94,29	91,46	89,53	94,48	94,62	95,15
15	89,84	86,34	91,63	91,85	89,20	90,21	91,75	92,21	92,62
20	87,93	85,49	90,98	90,69	87,40	88,28	91,54	91,38	91,69
25	87,40	85,31	90,65	90,28	87,76	87,35	90,60	90,91	91,35
30	87,32	84,88	90,66	90,43	87,64	88,60	90,93	91,11	91,45
35	87,30	84,37	90,72	90,13	87,17	88,46	90,84	90,96	91,46
40	87,40	89,13	90,71	90,28	86,79	88,15	90,89	90,91	91,28
45	87,28	89,91	90,77	90,51	86,78	88,84	90,97	91,08	91,35
50	89,09	89,99	90,69	90,35	87,56	88,87	90,92	91,16	91,66
55	87,41	89,88	90,98	90,51	86,92	88,78	91,10	91,25	91,57
60	87,42	90,28	91,24	90,69	87,05	89,34	91,06	91,33	91,75
65	87,49	90,37	91,32	90,76	86,71	89,22	91,25	91,30	91,86
70	87,63	90,53	91,50	90,83	87,42	89,19	91,50	91,61	91,99
75	87,96	90,75	91,57	91,06	87,10	89,99	91,60	91,68	92,07
80	87,75	90,78	91,58	91,08	87,07	89,79	91,44	91,65	92,03
85	87,87	90,98	91,79	91,21	87,67	89,64	91,83	91,97	92,27
90	87,96	90,93	91,86	91,37	87,85	90,13	91,75	91,91	92,37
95	88,28	91,15	92,04	91,34	87,14	90,15	92,01	92,15	92,54
100	88,12	91,20	92,03	91,44	87,74	90,10	92,04	92,26	92,43

KESIMPULAN

Teori graf dapat dijadikan sebagai alat bantu dalam menyelesaikan masalah desain tata letak fasilitas, dengan membuat modelnya dalam bentuk sebuah graf planar bobot maksimum. Sulitnya mendesain metode eksak yang mampu memberikan solusi optimal, membuat para peneliti lebih banyak yang tertarik pada pengembangan penyelesaian heuristik, khususnya heuristik konstruktif dengan pendekatan teori graf. Pendekatan ini memiliki kelebihan-kelebihan; diantaranya adalah bahwa dalam aplikasinya tidak perlu memerlukan uji planaritas, dan adanya kemudahan diperolehnya batas bawah atau batas atas yang dibutuhkan. Dari hasil percobaan yang dilakukan secara ekstensif, diperoleh hasil bahwa heuristik yang ditampilkan dalam uraian ini termasuk berfungsi dengan sangat baik, dan memiliki penyelesaian yang berkualitas tinggi jika dibandingkan dengan algoritma lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Al-Hakim, L.A., (1992). A modified procedure for converting a dual graph to a block layout, *International Journal of Production Research*, **30**, 2467-2476.
- Bazaraa, M. S., (1975). Computerized layout design: A branch and bound approach, *AIIE Transactions* 7(4), 432-437.

- Bazaraa, M. S., and Sherali, M. D., (1982). On the use of exact and heuristic cutting plane methods for the quadratic assignment problem, *Journal of Operations Research Society*, **33**(1), 991-1003.
- Bondy, J. A., and Murty, U. S. R., (1977). *Graph theory with applications*, The Mac-Millan Press, London.
- Boswell, S. G., (1992). Tessa-A new greedy heuristic for facilities layout planning, *International Journal of Production Research*, **30**, 1957-1968.
- Caccetta, L., and Kusumah, Y., (1998). A new heuristic algorithm for the facility layout design, in *Optimization, Techniques and Applications, ICOTA '98, Proceeding* (L. Caccetta et al. Editors), Curtin University of Technology, 287-294.
- Caccetta, L., and Kusumah, Y., (2001). Computational Aspects of the Facility Layout Design Problem, *Nonlinear Analysis* **47**, 5599-5610.
- Eades, P., Foulds, L. R., and Giffin, J. W., (1982). An efficient heuristic for identifying a maximum weight planar subgraph, in *Lecture Notes in Mathematics No. 952* (Combinatorial Mathematics IX). Springer-Verlag, Berlin.
- Foulds, L. R., and Robinson, D. F., (1976). A strategy for Solving the Plant Layout Problem, *Operational Research Quarterly* **27**, 845-855.
- Foulds, L. R., and Robinson, D. F., (1978). Graph theoretic heuristic for the plant layout problem, *International Journal of Production Research*, **16**, 25-37.
- Foulds, L. R., Gibbons, P. B., and Giffin, J. W., (1985). Facilities Layout Adjacency Determination: An Experimental Comparison of Three Graph Heuristics, *Operations Research* **33**, 1091-1106.
- Giffin, J. W., Foulds, L. R., and Cameron, D. C., (1984). Drawing a Block Plan from a REL chart with graph theory and a microcomputer, *Computer Industrial Engineering* **10**, 109-116.
- Green, R. H., and Al-Hakim, L., (1985). A Heuristic for Facility Layout Planning, *OMEGA, International Journal of Management Science* **13**(5), 469-474.
- Hassan, M. M. D., and Hogg, G. L., (1989). On converting a dual graph into a block layout, *International Journal of Production Research*, **27**(7), 1149-1160.
- Hassan, M. M. D., and Hogg, G. L., (1991). On constructing a block layout by graph theory, *International Journal of Production Research*, **29**, 1263-1278.
- Irvine, S. A., and Rinsma-Melchert, I., (1997). A new approach to the block layout problem, *International Journal of Production Research*, **35**(8), 2359-2376.

- Kim, J-Y, and Kim, Y-D, (1995). Graph Theoretic Heuristic for Unequal-sized Facility Layout Problems, *OMEGA, International Journal of Management Science*, **23(4)**, 391-401.
- Kusiak, A., and Heragu, S. S., (1987). Invited Review. The Facility Layout Problem, *European Journal of Operational Research* **29**, 229-251.
- Lawler, E. L., (1963). The quadratic assignment problem, *Management Science* **9(4)**, 586-599.
- Leung, J., (1992). A new graph-theoretic heuristic for the facility layout, *Management Science*, **38(4)**, 594-605.
- Rinsma, I., Giffin, J. W., and Robinson, D. F., (1990). Orthogonal floor plans from maximal planar graphs. *Environment and Planning B: Planning and Design*, **17**, 57-71.