

EXPLORING MATHEMATICS SEBAGAI SUATU MODEL PEMBELAJARAN

Oleh:

Darhim

Jurusan Pendidikan Matematika
FPMIA Universitas Pendidikan Indonesia

ABSTRAK

Pandangan matematika sebagai aktivitas manusia dan fenomena kehidupan akhir-akhir ini banyak dilontarkan. Ini terkait dengan munculnya berbagai teori pembelajaran matematika yang menekankan kepada pembelajaran yang kontekstual bagi para siswa. Salah satunya *Exploring Mathematics*. Ada tiga prinsip pembelajaran dengan *Exploring Mathematics*, yaitu menggunakan masalah kontekstual, menggunakan pemodelan, dan menggunakan beragam strategi dalam menyelesaikan masalah kontekstual. Masalah kontekstual tersebut harus *familiar* bagi para siswa dan bila memungkinkan real (nyata) bagi mereka. Melalui masalah kontekstual tersebut diharapkan siswa dapat membangun pengetahuannya.

Kata kunci: *Matematika, Exploring Mathematics, kontekstual, pemodelan, dan strategi.*

PENDAHULUAN

Banyak hal dalam kehidupan sehari-hari dapat digunakan untuk mempelajari matematika, asalkan kita mampu mengungkapkannya. Juga tidak sedikit permasalahan kehidupan sehari-hari dapat diselesaikan dengan menggunakan matematika. Tetapi, mengapa pembelajaran matematika di dalam kelas jarang diawali dan dikaitkan dengan masalah-masalah atau hal-hal yang muncul di sekitar siswa. Padahal banyak topik matematika muncul sebagai akibat fenomena kehidupan. Ini sesuai pendapat Devlin (2000) bahwa matematika bukan tentang bilangan tetapi tentang kehidupan. Itulah satu dari sekian banyak alasan mengapa pembelajaran harus dikemas mulai dari hal-hal yang nyata atau realistik bagi para siswa, yang di Singapura disebut *Mathematics in Action* yang untuk Sekolah Menengah dikenal *Exploring Mathematics*, di Belanda disebut *Realistic Mathematics Education (RME)*, dan di Amerika Serikat dikenal *Mathematics in Context (MiC)*.

PRINSIP PEMBELAJARAN DENGAN EXPLORING MATHEMATICS

Pembelajaran dengan *Exploring Mathematics*, matematika harus diajarkan dengan memperkenalkan masalah kontekstual bagi siswa, selanjutnya melalui masalah tersebut siswa diharapkan dapat membangun sendiri pengetahuannya melalui pemodelan yang dikonstruksi dari masalah kontekstual tersebut, dan akhirnya menentukan penyelesaian model tersebut dengan berbagai strategi. Dalam menyelesaikan model terdapat empat tahapan utama, yaitu memahami masalah (apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan), merancang serta memilih strategi penyelesaian (bila memungkinkan bervariasi), menggunakan strategi, dan mengecek kesesuaian hasil dengan masalah yang dipecahkan.

Model pembelajaran ini di Singapura diperkenalkan pada Kurikulum 2000 yang dilaksanakan secara nasional mulai di Sekolah Dasar. Menurut kurikulum tersebut, matematika diperkenalkan kepada siswa melalui hal-hal yang nyata atau realistik bagi siswa. Harapan utamanya adalah agar pembelajaran berlangsung bermakna, sesuai dengan aktivitas keseharian baik bagi guru maupun bagi siswa, dan proses berfikir matematika dibangun berdasarkan ide-ide yang sudah *familiar* bagi siswa. Hal di atas seperti dikemukakan Fong (2003) sebagai berikut: "It is envisaged that the activities in the textbook will provide teachers with practical and interesting ideas to link the teaching and learning of mathematics to the pupils' environment. The activities will help sensitise pupils to the ways they use mathematics to observe and make sense of their environment".

Darhim (2004) dalam meningkatkan hasil belajar siswa (khususnya di Sekolah Dasar) perlu upaya untuk merubah paradigma pembelajaran matematika, khususnya tentang pandangan terhadap bahan ajar matematika, siswa, dan guru. Pandangan dimaksud sebagai berikut:

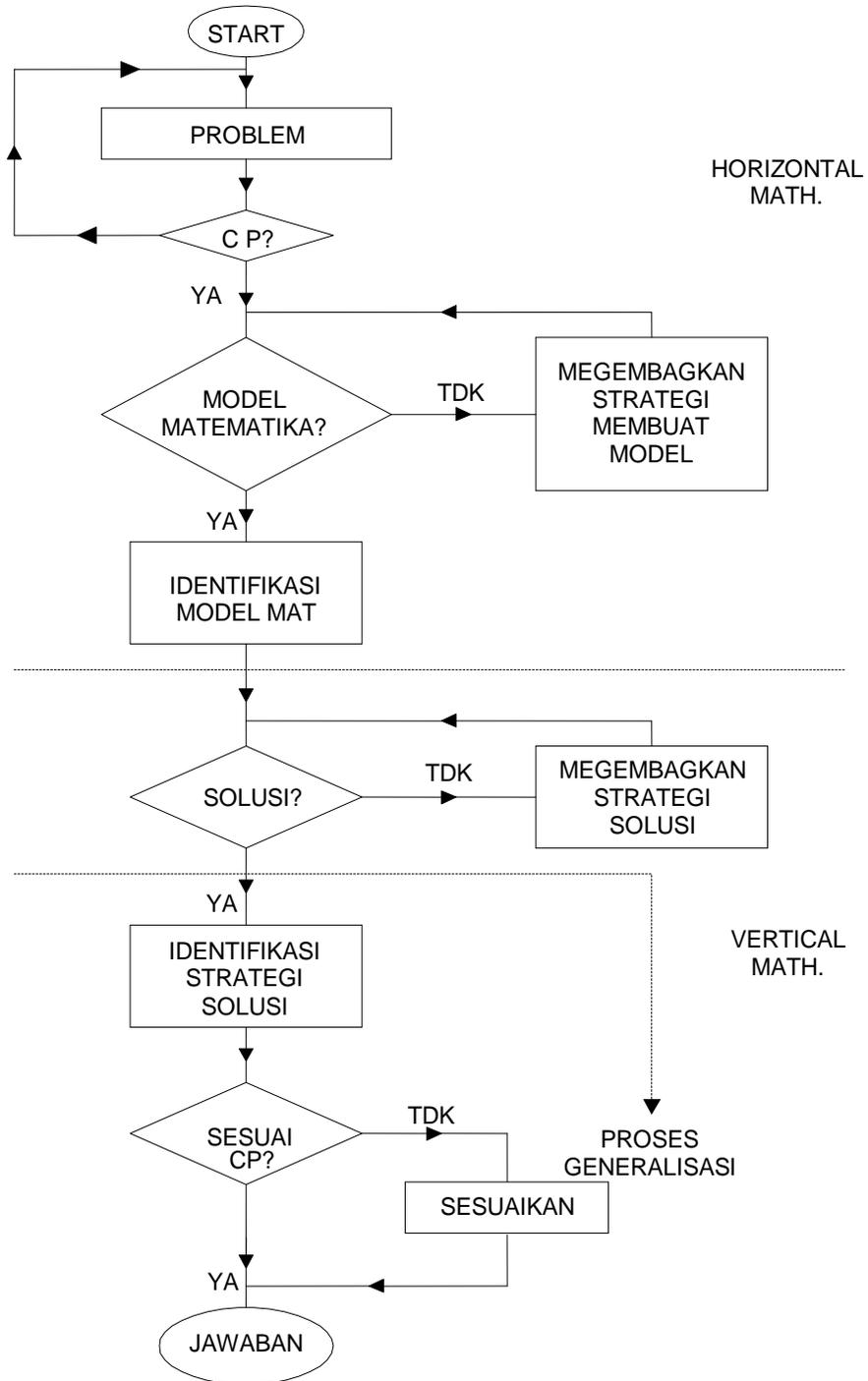
Matematika tidak dipandang sebagai sesuatu ilmu yang sudah jadi dan disajikan dengan bentuk akhir. Anggaplah matematika itu sebagai suatu ilmu yang harus dikonstruksi sendiri oleh siswa. Di samping itu, peran masalah kontekstual tidak sekedar dipandang sebagai aplikasi dari matematika, tetapi justru harus digunakan sebagai titik tolak untuk mengkonstruksi konsep-konsep matematika itu sendiri. Siswa seyogyanya tidak dipandang sebagai pihak yang mempelajari segala sesuatu yang sudah dalam bentuk akhir, tetapi siswa harus dipandang sebagai pihak yang aktif mengkonstruksi konsep-konsep dan materi-materi matematika melalui pemodelan yang dibuat sendiri oleh siswa dari masalah kontekstual. Pandangan terhadap guru juga diharapkan terjadi. Guru seyogyanya tidak lagi dipandang sebagai pengajar, orang yang serba tahu (gudang ilmu), tetapi pandanglah guru sebagai pendamping belajar para siswa yang tahu kapan memberikan bantuan yang tepat bagi mereka.

Perubahan paradigma di atas sangat dituntut untuk menerapkan pembelajaran dengan prinsip *Exploring Mathematics*. Oleh karena itu, pertanyaan-pertanyaan berikut perlu diajukan untuk merealisasikan perubahan pembelajaran matematika. Sanggupkah menyiapkan materi kurikulum yang sesuai dengan kaidah-kaidah *Exploring Mathematics*? Siakah para siswa mengubah budaya minta disuapi menjadi sosok yang mampu bekerja dan berfikir matematik? Apakah para guru siap mengubah keyakinan dan perannya bahwa mengajar matematika adalah membimbing siswa untuk bekerja dan berfikir matematik? Serta siakah para guru untuk menggali lingkungan sekitar untuk dijadikan sarana pembelajaran?

Secara garis besar proses pembelajaran *Exploring Mathematics* antara lain dapat dilakukan dengan urutan-urutan sebagai berikut:

1. Diberikan masalah kontekstual tentang topik yang akan diajarkan.
2. Mengarahkan agar siswa dapat membuat model matematika dari masalah kontekstual yang diberikan.
3. Mengarahkan agar siswa dapat membuat penyelesaian model matematika dari masalah kontekstual yang diberikan, baik dengan model kongkrit, semi kongkrit, semi abstrak maupun abstrak; melalui cara informal maupun formal; melalui contoh maupun non-contoh; melalui cara induktif maupun deduktif; atau dengan menggunakan maupun tidak menggunakan alat peraga.
4. Mengarahkan agar siswa dapat menentukan penyelesaian yang sesuai dengan masalah kontekstual yang diberikan.
5. Diberikan masalah-masalah kontekstual lain, baik yang mirip maupun masalah kontekstual yang berbeda dan lebih rumit, tetapi dalam lingkup bahasan yang sama, untuk diselesaikan siswa.
6. Melalui latihan menyelesaikan masalah-masalah kontekstual yang diberikan tersebut, siswa diarahkan untuk membuat generalisasinya, memahami generalisasi tersebut, dan dapat menggunakannya.
7. Membuat soal-soal latihan termasuk mengerjakan pekerjaan rumah sebagai penguatan pemahaman (Darhim, 2004).

Model pembelajaran di atas, bila digambarkan diagram alurnya sebagai berikut:



Walaupun pembelajaran dengan prinsip *Exploring Mathematics* berbeda dengan matematika modern, tetapi pada beberapa hal ada persamaannya, baik dalam lingkup materinya maupun dalam pembelajarannya. Soal-soal ceritera dalam matematika modern, banyak yang merupakan masalah kehidupan sehari-hari. Penyelesaian soal ceritera tersebut, dilakukan dengan menyelesaikan model matematika yang mestinya dibuat terlebih dahulu dari soal ceritera tersebut.

Persamaan lainnya, walaupun matematika modern lebih formal daripada pembelajaran dengan model *Exploring Mathematics*. Tetapi, dalam model pembelajaran *Exploring Mathematics* proses pemformalan dilakukan tidak sejak awal pembelajaran. Melalui proses tertentu, menyelesaikan beberapa masalah dapat dilakukan dengan cara formal dengan menggunakan algoritma tertentu, tetapi diawali dengan cara-cara informal. Menjelaskan bahwa dalam pembelajaran dengan model *Exploring Mathematics* ada empat tahapan utama, yaitu situasi, model of, model for, dan pemformalan.

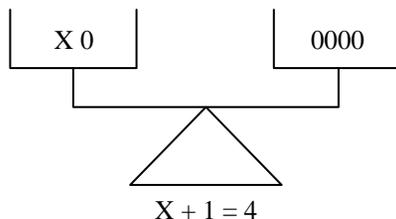
Melihat hal-hal seperti di atas, sebenarnya perbedaan yang paling mendasar kedua pembelajaran matematika tersebut terletak pada digunakan tidaknya proses informal (horizontal) dan formal (vertikal).

CONTOH MENGEMBANGKAN BAHAN AJAR

Pada hakekatnya pembelajaran secara *Exploring Mathematics* adalah pemecahan masalah. Ada sembilan jenis strategi pemecahan masalah, yaitu: *guess-and-check, use diagrams or models, work backwards, look for a pattern, make a systematic list/table, simplify the problem, act it out, use before and after concept, and use equations* (Wuan, Kuen, dan Cheng, 2001). Sebagai ilustrasi, berikut diberikan contoh pembelajaran matematika dengan prinsip *Exploring Mathematics* yang solusinya menggunakan strategi informal maupun formal pada konsep persamaan satu variabel bebas untuk SMP kelas I.

Misalkan, Ibu dari pasar membawa satu kersek dan lima kantong kecil gula pasir. Masing-masing kantong kecil gula pasir beratnya sama. Setelah ditimbang ulang berat satu kersek dan satu kantong gula pasir ternyata sama dengan berat empat kantong gula pasir yang kecil. Berapa berat gula pasir dalam kersek yang dibawa Ibu?

Permasalahan di atas dapat digambarkan sebagai berikut:



Pembelajaran direncanakan dengan menggunakan alat peraga sebagai visual, agar pengertian persamaan dibangun secara real, kontekstual, dan mudah dibayangkan oleh para siswa.

Alat:

Timbangan (Neraca) Berat

Bahan:

1. Tiga kantong kecil pasir (berat masing-masing sama) yang disimpan di dalam satu keresek. Misalkan diberinama kantong X.

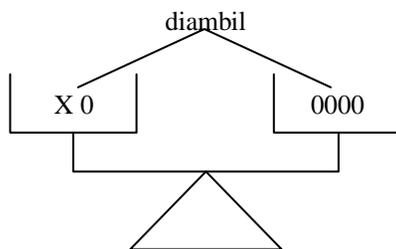
0 0 0 → 0 0 0 → X

2. Sediakan lima kantong kecil pasir (berat masing-masing sama).

0 0 0 0 0

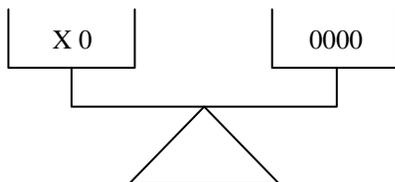
Kegiatan Pembelajaran:

1. Masukkan kantong pasir X pada satu pihak timbangan.
2. Masukkan kembali satu kantong kecil pasir pada timbangan yang telah terisi kantong X.
3. Jelaskan bahwa pada satu pihak timbangan berisi $X + 1$ kantong pasir.
4. Masukkan empat kantong pasir pada timbangan pihak lainnya.
5. Lakukan kegiatan sebagai berikut: :
 - a) Suruh siswa mengamati, apakah timbangan setimbang?
 - b) Tanyakan, apa artinya kesetimbangan tersebut?
 - c) Melalui diskusi dan pengamatan diharapkan diperoleh kesimpulan bahwa kesetimbangan tersebut berarti $X + 1 = 4$.
 - d) Jelaskan bahwa itu adalah persamaan linear dengan satu variabel bebas X.
6. Bagaimana cara menyelesaikan persamaan itu? Melalui diskusi dan problem solving diharapkan muncul beragam startegi penyelesaian persamaan tersebut. Beberapa di antaranya sebagai berikut:
 - a) Mengambil kedua pihak persamaan



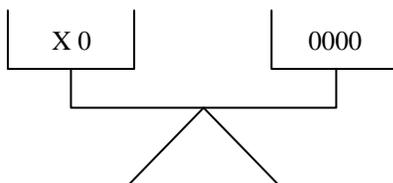
- Ambil pada kedua belah pihak timbangan masing-masing satu kantong pasir.
- Apakah timbangan masih setimbang?
- Bila setimbang, maka jawaban untuk X adalah 3 (sebab di kiri timbangan tinggal X, sedangkan di kanan timbangan 3 kantong pasir).

b) Mengambil isi kantong X

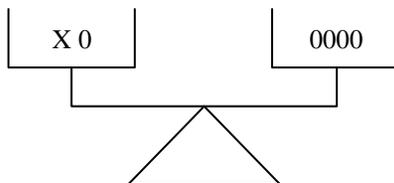


- Buka kantong X, sehingga isi kantong tersebut dapat diambil.
- Ambil satu kantong pasir dari kantong X. (1) Simpan ditempat yang terlihat oleh semua siswa. (2) Tanyakan apakah timbangan masih setimbang? (3) Melalui diskusi diharapkan terwujud pemahaman bahwa satu kantong pasir yang diambil dari isi kantong X merupakan salah satu ukuran X.
- Ambil kembali satu kantong pasir. Ulangi kegiatan (1)-(3) seperti di atas.
- Seterusnya, ambil kembali satu kantong sehingga isi kantong X kosong. Ulangi kegiatan (1)-(3) seperti di atas.
- Jelaskan bahwa keadaan tidak setimbangnya timbangan akibat semua isi kantong X diambil.
- Melalui diskusi dan pengamatan diharapkan diperoleh kesimpulan bahwa X sama dengan 3.

c) Menimbang berat kantong X



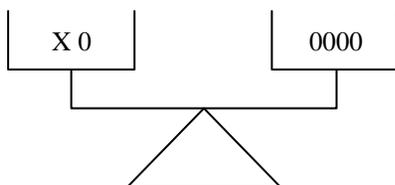
- Jelaskan bahwa untuk menyelesaikan persamaan $X + 1 = 4$, akan dicari berapakah variabel X itu?
- Isi kedua belah timbangan dikosongkan.



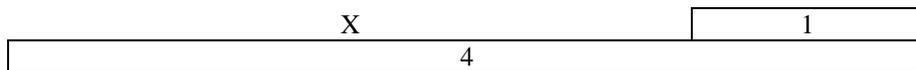
- Kemudian simpan kantong X di satu pihak timbangan. Tentu timbangan tidak akan setimbang. Yakinkan itu!
- Tempatkan satu kantong pasir pada pihak berbeda dengan X.

- Amatilah, apakah timbangan sudah setimbang? (1) Bila belum setimbang, tempatkan kembali satu kantong pasir pada pihak yang telah terisi kantong pasir terdahulu (berbeda pihak dengan X) dan seterusnya sampai timbangan setimbang. (2) Bila timbangan sudah setimbang, jelaskan bahwa nilai X adalah banyaknya kantong pasir yang ditempatkan pada pihak berbeda dengan X.
- Melalui diskusi dan pengamatan, diharapkan diperoleh kesimpulan bahwa X sama dengan 3.

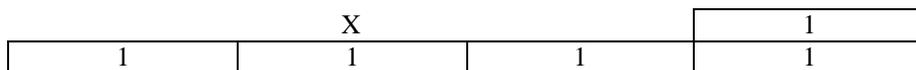
d) Menggunakan pemodelan



Model untuk permasalahan di atas sebagai berikut:



Model di atas diubah menjadi sebagai berikut:



Jadi $X = 3$.

e) Menggunakan cara formal dan abstrak

Penyelesaian lain dapat dilakukan dengan cara dan strategi formal, seperti yang telah banyak dikenal selama ini, yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 X + 1 &= 4 \\
 X + 1 - 1 &= 4 - 1 && \text{(kedua ruas dikurangi satu)} \\
 X + 0 &= 3 && \text{(kedua ruas diselesaikan)} \\
 X &= 3 && \text{(sifat bilangan nol)}
 \end{aligned}$$

Tentunya masih banyak cara atau strategi lain untuk menyelesaikan persamaan linear di atas. Yakinkah?

Setiap rencana pembelajaran dilengkapi dengan Lembar Kerja Siswa (LKS). Ini dimaksudkan untuk memantapkan penguasaan siswa tentang topik yang telah diperkenalkan dan dibangun melalui *exploring* yang dilakukan pada bagian awal pembelajaran. Di samping itu, LKS dapat pula digunakan untuk mengukur tingkat pencapaian hasil belajar para siswa (untuk aspek kognitif) tentang topik yang baru saja

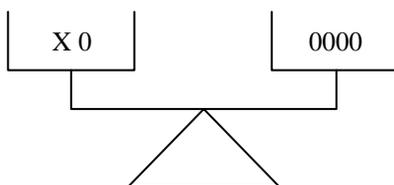
dipelajari. Di dalam LKS harus memuat petunjuk pengerjaan dan sejumlah soal yang disusun berjenjang sesuai dengan pencapaian hasil belajar yang diharapkan serta sesuai dengan prinsip-prinsip *Exploring Mathematics*. Contoh LKS untuk topik yang rancangan pembelajarannya seperti di atas sebagai berikut:

Petunjuk:

- Bentuk kelompok
 - Selesaikan soal-soal berikut dengan terlebih dahulu mendiskusikannya. Bila perlu gunakan bagian belakang Lembar Kerja ini.
 - Wakil kelompok menuliskan hasil diskusi di papan tulis.
-

Soal-Soal:

- Neraca berikut setimbang.



X adalah satu kantong permen dan 0 adalah sebuah permen

- Tentukan model matematika yang terkait dengan timbangan di atas!
.....
 - Berapa nilai X bila dinyatakan dalam satuan permen?
.....
- Tentukan penyelesaian persamaan $4X - 2 = 10$.
.....
 - Dengan uang Rp5000,- seorang anak membeli mangga dari warung dan ternyata uangnya masih tersisa.
 - Buat model matematikanya!
..... Bila harga setiap mangga sama, berapakah harga setiap mangga?

Berdasarkan uraian di atas dapat dibayangkan banyaknya variasi penyelesaian suatu masalah kontekstual. Dengan menyediakan banyak peluang, walaupun hasilnya hanya sebuah, untuk menyelesaikan suatu masalah kontekstual sangat dimungkinkan terungkapnya berbagai potensi kemampuan siswa dalam belajar matematika.

Contoh berikutnya dengan menggunakan kalender untuk memahami tentang persamaan satu variabel dan penyelesaiannya.

BULAN:

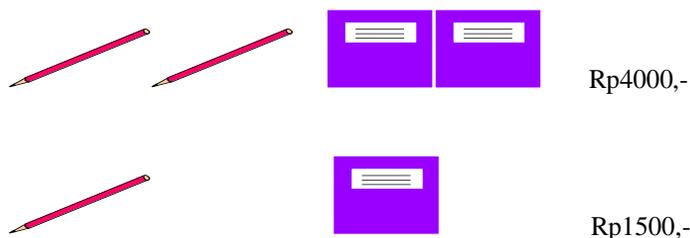
S	S	R	K	J	S	M
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

- Tentukan jumlah 3 bilangan terurut pada baris, kolom, dan diagonal.
- Tentukan 3 bilangan terurut pada baris yang jumlahnya 51.
- Tentukan 3 bilangan terurut pada kolom yang jumlahnya 57.
- Tentukan 3 bilangan terurut pada diagonal yang jumlahnya 48.

Contoh berikut untuk memahami cara membangun sistem persamaan linear dan menyelesaikannya dengan prinsip koneksi matematika dalam kehidupan,

Harga 2 pensil dan 3 buku adalah Rp 4000
 Harga 1 pensil dan 1 buku adalah Rp 1500
 Tentukan harga pensil dan buku masing-masing!

Bila soal di atas diselesaikan dengan cara konvensional maka biasanya diawali dengan diketahui dan biasanya soal di atas hampir ditulis seluruhnya. Berikutnya menuliskan yang ditanyakan. Juga biasanya hampir semua yang dituliskan pada soal, dituliskan persis pada langkah ditanyakan. Dalam *Exploring Mathematics* hal di atas diganti dengan pemodelan berikut:



Pola atau model di atas mengarahkan kepada model berikut yang sudah lebih abstrak (kalimat matematika).

$$2p + 3b = 4000 \quad \text{atau} \quad 2p + 3b = 4000$$

$$1p + 1b = 1500 \quad \text{atau} \quad p + b = 1500$$

Dengan model yang disusun dari masalah kontekstual seperti di atas, barulah guru memberikan kelengkapan informasi tentang bentuk atau model yang diperoleh dari masalah kontekstual tersebut. Misalnya ini terdiri dari 2 persamaan. Persamaan ke-1 $2p + 3b = 4000$ dan persamaan ke-2 adalah $p + b = 1500$. Kedua persamaan itu, saling terkait sehingga harga p dan b pada persamaan terkait dengan harga p dan b pada persamaan ke-2. Oleh karena itu, model tersebut disebut sistem persamaan. Karena kedua persamaan linear, maka sistem persamaan tersebut disebut sistem persamaan linear dan sebagainya.

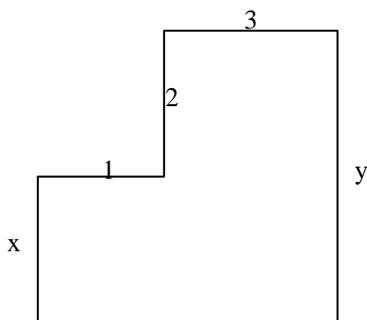
Informasi bahwa pembelajaran kali ini tentang sistem persamaan linear, diberikan setelah para siswa membangun konsep sistem persamaan linear dari masalah kontekstual. Tidak perlu judul topik pembelajaran diberitahukan pada awal pembelajaran. Itulah salah satu ciri *Exploring Mathematics*.

Selanjutnya gunakan berbagai strategi untuk menyelesaikan model tersebut. Salah satu strategi penyelesaian dilakukan sebagai berikut: Karena $p + q = 1500$, maka $2p + 3q = p + q + p + q + q = 1500 + 1500 + q$. Sehingga dari persamaan ke-1 diperoleh $3000 + q = 4000$. Persamaan tersebut ekuivalen dengan persamaan $3000 + q = 3000 + 1000$. Setelah diselesaikan diperoleh $q = 1000$. Ini berarti harga satu buku Rp1000,-. Harga satu pensil diperoleh dari persamaan ke-2 yaitu $p + q = 1500$ dengan cara mengganti q dengan 1000. Sehingga diperoleh $p + 1000 = 1500$ yang ekuivalen dengan $p + 1000 = 1000 + 500$. Setelah diselesaikan diperoleh $p = 500$. Ini berarti harga satu pensil Rp500,-.

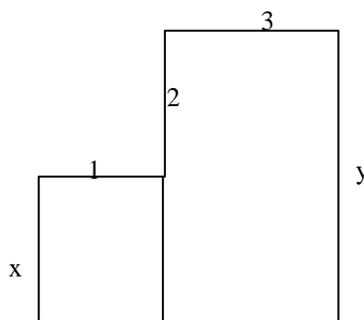
Mungkin kurang lengkap contoh yang dibuat apabila kita tidak pernah berfikir terbalik, karena kenyataannya banyak buku sumber yang tidak menyajikan matematika secara kontekstual bagi siswa, walaupun menggunakan hal-hal yang *familiar* bagi mereka. Maksudnya, ketika guru berhadapan dengan soal rutin (pada buku paket) dan tidak kontekstual bagi para siswa, bagaimana caranya membuat masalah kontekstual dari soal rutin tersebut? Sebagai contoh coba buat masalah kontekstual untuk soal sistem persamaan linear berikut!

$$\begin{aligned} -x + y &= 2 \\ x + 3y &= 10 \end{aligned}$$

Koneksi matematik dapat digunakan sebagai pertolongan untuk menjabarkan soal tersebut menjadi masalah kontekstual. Menurut House dan Coxford (1995) ada tiga macam koneksi matematik, yaitu koneksi antar topik pada matematika, koneksi dengan bidang lain, dan koneksi dalam kehidupan. Dengan menggunakan pemodelan, sebagai visual atau skematisasi, soal rutin yang berupa sistem persamaan linear dua variabel di atas dapat digambarkan sebagai berikut (lihat Gambar 1 dan Gambar 2).



Gambar 1



Gambar 2

Dari Gambar 1, nampak sekali hubungan antara x dan 2 dengan y pada sisi vertikal, sehingga terbentuk persamaan $x + 2 = y$ yang ekuivalen dengan persamaan pertama yaitu $-x + y = 2$. Sedangkan dari Gambar 2 diperoleh daerah persegipanjang dengan panjang x dan lebar 1 yang luasnya $1x$ atau x . Daerah persegipanjang satu lagi dengan panjang y dan lebar 3 yang luasnya $3y$. Jumlah luas dua buah daerah persegipanjang pada Gambar 2 di atas

adalah 10 (diketahui). Sehingga diperoleh hubungan $x + 3y = 10$. Inilah persamaan kedua pada sistem persamaan di atas.

Dengan visual seperti itu, maka sistem persamaan yang merupakan soal rutin di atas dapat dijadikan masalah kontekstual sebagai berikut:

Sebidang tanah dengan bentuk dan ukuran sisi seperti Gambar 1 dan luasnya 10 satuan luas. Tentukan panjang x dan y !

Selain masalah kontekstual tersebut, mungkin masih banyak masalah berbeda yang dapat disusun untuk sistem persamaan linear di atas. Hal tersebut salah satunya bergantung pada model visual yang dibuat untuk menyatakan sistem persamaan linear di atas. Tantangan itulah yang perlu terus dicarikan solusinya untuk memperkaya konteks yang dapat digunakan dalam pembelajaran matematika dengan prinsip *Exploring Mathematics*. Kreativitas, pengalaman, serta kemampuan guru sangat dituntut agar pembelajaran dapat diciptakan dengan menggunakan konteks yang bervariasi dan diusahakan telah dikenali (*familiar*) bagi para siswa.

DAFTAR PUSTAKA

- Darhim (2004). *Pengaruh pembelajaran matematika kontekstual terhadap hasil belajar dan sikap siswa Sekolah Dasar kelas awal*. Disertasi. Bandung: Program Pascasarjana UPI.
- Devlin, K. (2000). *The math gene: How mathematical thinking evolved and why numbers are like gossip*. California: Weidenfeld & Nicolson.
- Fong, Ng. S. (2003). *Mathematics in action*. Singapore: Pearson Education Asia Pte. Ltd.
- House, P. A. dan Coxford, A. F. (1995). *Connecting mathematics across the curriculum*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Wuan, L. Y., Kuen, L. M., dan Cheng, L. W. (2001). *Exploring mathematics*. Singapore: Pan Pasific Publications (S) Pte. Ltd.