

**KEMAMPUAN DEDUKSI MATEMATIKA
MAHASISWA TINGKAT PERTAMA PRODI PENDIDIKAN MATEMATIKA UNPAS
(STUDI KASUS UNTUK TAHAP BERPILIR DEDUKSI GEOMETRI DARI VAN
HIELE)**

Darta

Prodi Pendidikan Matematika
Universitas Pasundan Bandung

ABSTRAK

Tujuan pelajaran matematika di sekolah adalah agar siswa mampu memecahkan masalah, melakukan penalaran, dan berkomunikasi matematika, serta bersikap positif terhadap matematika. Tujuan studi kasus ini adalah untuk mengetahui berapa persentase mahasiswa tingkat pertama Prodi Pendidikan Matematika FKIP UNPAS yang telah memahami tahap berpikir deduktif geometri Van Hiele. Selain itu untuk mengetahui apakah tahap deduktif geometri Van Hiele telah dipahami oleh mahasiswa tingkat pertama Prodi Pendidikan Matematika FKIP UNPAS. Metode studi kasus ini adalah deskriptif. Subjek studi adalah mahasiswa semester pertama Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNPAS Bandung, tahun akademik 2012/2013, berjumlah 40 orang, yang diambil secara acak dari 105 orang mahasiswa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa tingkat pertama semester awal Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNPAS belum memahami tahap berpikir deduktif geometri Van Hiele. Hal ini ditunjukkan dari jawaban terhadap instrumen yang harus dibuktikan secara deduktif, yang belum dijawab dengan benar oleh kebanyakan mahasiswa. Terdapat konsistensi yang sama antara penelitian Driscoll dengan studi kasus yang dilakukan di mahasiswa tingkat pertama semester awal, yaitu untuk tahap keakuratan dari tahap berpikir geometri Van Hiele tidak dipahami oleh mahasiswa.

Key word: berpikir matematika, deduktif

ABSTRACT

The goal of mathematic in school is helping students to be able to solve problems, to do reasoning, and to communicate mathematics, as well as to behave a positive attitude towards mathematics. The purpose of this case study is to determine what percentage of first year students of Mathematics Faculty of Teacher Education Program that have already understood deductive reasoning to understand the stages of the Van Hiele geometry. In addition to knowing whether the deductive phase of the Van Hiele geometry has been understood by first year students of Mathematics Faculty of Teacher Education Program UNPAS. The case study method was descriptive. Subject of study was the first semester students of Mathematics Education Study Program Guidance and Counseling of UNPAS Bandung, academic year 2012/2013. There were 40 students who involoved in this research. The results showed that the freshman first semester in Mathematics Education Study Program Guidance and Counseling Unpas not understand the stages of deductive reasoning geometry Van Hiele. It is shown from the answer to the instrument that must be proven deductively, which has not been answered correctly by most students. There is a similar consistency between studies Driscoll with a case study conducted at the beginning of the semester freshman, namely from stage to stage the accuracy of the Van Hiele geometry thinking is not understood by the students.

Keywords: deductive, mathematical thinking

PENDAHULUAN

Matematika merupakan mata pelajaran esensial yang diberikan dalam kurikulum sekolah, mulai dari Sekolah Dasar, Sekolah Menengah Pertama, dan Sekolah Menengah Atas. Meskipun kurikulum persekolahan

berubah, matematika tidak bisa dihilangkan begitu saja dari mata pelajaran yang wajib diajarkan di sekolah. Bahkan menurut wacana yang disampaikan sebagai bahan uji publik kurikulum yang akan digulirkan pada tahun 2013 sekalipun, matematika tetap ada mulai

dari kelas satu SD sampai SMA, tidak seperti mata pelajaran lainnya ada yang akan dihilangkan (Kemendikbud, 2012).

Tujuan diberikannya pelajaran matematika di sekolah, seperti tertuang dalam standar isi Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) adalah agar siswa mampu memecahkan masalah, melakukan penalaran, dan berkomunikasi matematika, serta bersikap positif terhadap matematika (BSNP, 2006). Dalam KTSP materi matematika yang diajarkan memuat: bilangan, aljabar, geometri dan pengukuran, dan statistika dan peluang.

Terkait dengan kemampuan penalaran matematika, yang di dalamnya memuat kemampuan membuat generalisasi, geometri merupakan materi matematika yang penting untuk melatih kemampuan penalaran. Sebagaimana dikemukakan oleh Ruseffendi (1990) bahwa salah satu kegunaan geometri adalah untuk meningkatkan berpikir logik dan kemampuan membuat generalisasi secara benar.

Berdasarkan hasil wawancara terbatas yang dilakukan penulis terhadap siswa SMP, ataupun SMA bahwa geometri merupakan materi yang sulit dipahami di sekolah. Apalagi jika geometri yang dipelajarinya merupakan geometri aksiomatik. Jika merujuk kepada penelitian internasional yang dilakukan oleh Elliott (Ruseffendi, 1990, h. 17), "Di Inggris sendiri geometri aksiomatik ini tidak diberikan di sekolah sebab hanya 5% dari anak-anaknya mampu memahaminya". Artinya materi geometri hanya dipahami oleh sebagian kecil saja dari siswanya.

Menurut Van Hiele (Ruseffendi, 1991, h.161) bahwa tahap perkembangan mental siswa dalam memahami geometri itu adalah: pengenalan, analisis, pengurutan, deduksi dan keakuratan. Teori Van Hiele ini telah menjadi faktor yang paling berpengaruh dalam kurikulum geometri di Amerika (De Walle, 2006). Tetapi menurut Driscoll (Ruseffendi, 1990) tahap akurasi merupakan tahap berpikir kompleks yang jarang dapat dicapai oleh siswa Sekolah Menengah Atas.

Jika dilihat dari usia dan proyeksinya ke depan, mahasiswa tingkat akhir Program Studi Pendidikan Matematika yang merupakan

calon guru matematika sekolah menengah sudah semestinya memahami tahap berpikir geometri sampai kepada tahap akurasi, supaya dapat mengajarkan dengan benar kepada siswanya kelak jika mereka jadi guru. Maka untuk sampai ke tahap tertinggi diperlukan perlakuan yang tepat dalam proses pembelajarannya.

Oleh karena itu, pada tahap awal penulis ingin melihat tahap berpikir geometri Van Hiele sebagai kemampuan awal yang mesti dikembangkan lebih lanjut. Tahap berpikir yang akan dilihat adalah tahap berpikir deduksi. Hal ini didasarkan kepada pemikiran bahwa mahasiswa tingkat awal merupakan siswa SMA yang lebih sedikit saja dibandingkan dengan siswa SMA yang sesungguhnya. Sesuai dengan tahap berpikir yang dikemukakan Piaget (Ruseffendi, 1990), "...untuk dapat memahami sistem aksiomatik dan bukti tahap perkembangan mentalnya harus sudah formal; usia anak bervariasi mulai dari 11 ke 15." Mahasiswa sudah melebihi usia tersebut, maka mestinya sudah sampai kepada tahap berpikir tertinggi dari Van Hiele.

Berdasarkan uraian di atas, maka rumusan masalah dalam studi kasus yang saya lakukan adalah "berapa persenkah mahasiswa tingkat pertama Prodi Pendidikan Matematika FKIP Unpas yang telah memahami tahap berpikir deduktif geometri Van Hiele?" Atau apakah tahap deduktif geometri Van Hiele telah dipahami oleh mahasiswa tingkat pertama Prodi Pendidikan Matematika FKIP Unpas? Perlu dibatasi bahwa yang dimaksud memahami adalah jika sebanyak minimum 75% dari subjek studi kasus telah menjawab soal dengan benar.

Geometri adalah suatu sistem aksiomatik karena terdiri dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan, unsur yang didefinisikan, postulat (aksioma atau asumsi), dan teori-teori atau dalil-dalil yang dibuat berdasarkan kepada unsur-unsur yang tidak didefinisikan, unsur yang didefinisikan, dan aksioma-aksioma itu, suatu dalil itu dikatakan benar bila dapat dibuktikan secara matematika atau deduktif Ruseffendi (1990). Dengan demikian geometri itu harus dapat dibuktikan secara deduktif, supaya dapat berlaku umum, tidak

dibuktikan secara induktif yang diambil dari hal-hal yang khusus. Karena jika dibuktikan secara induktif, akan kesulitan memberikan secara khusus bukti-buktinya, bahkan bisa keliru.

Menurut Ruseffendi (1990) bahwa geometri itu bermacam-macam, di antaranya: geometri Euclied, geometri non-Euclied, geometri transformasi, geometri analitika, dan geometri lukis. Fokus studi kasus ini adalah geometri aksiomatik. Geometri aksiomatik yang dimaksud adalah geometri modern, seperti yang dikemukakan Ruseffendi (1990) yaitu geometri yang menggunakan bahasa, notasi/symbol, dan gambarannya yang ditepatkan dan menggunakan definisi-definisi baru. Jadi bukan geometri di kita yang biasanya diberikan tahun 1975 ke belakang.

Seperti yang dikemukakan di latar belakang bahwa tujuan matematika diajarkan di sekolah salah satunya adalah supaya siswa berlatih penalaran. Geometri merupakan materi yang penting untuk melatih kemampuan tersebut. Lebih jauh Ruseffendi (1990) mengemukakan alasan mengapa geometri diajarkan di sekolah, yaitu:

1. Untuk meningkatkan berpikir logik dan kemampuan membuat generalisasi secara benar.
2. Agar dapat memahami aritmetika, aljabar, kalkulus, dan lainnya lebih baik, di sini konsep-konsep geometri dipergunakan sebagai alat.
3. Untuk belajar lebih lanjut.
4. Untuk mengekalkan (mengawetkan) geometri itu sendiri, demi ilmu pengetahuan. Tanpa diawetkan, geometri itu sudah lenyap dari peredaran.
5. Untuk menyeimbangkan pertumbuhan otak sebelah kiri dan sebelah kanan.
6. Untuk meningkatkan (mempercepat) perkembangan mental siswa (Van Hiele).

Selain itu, De Walle (2006) mengatakan bahwa tujuan geometri untuk siswa adalah berpikir dua struktur, yaitu tentang pemahaman ruang dan materi spesifik. Pemahaman ruang berhubungan dengan cara siswa berpikir dan memahami bentuk dan

ruang. Pemahaman spesifik berhubungan dengan materi yang lebih tradisional, yaitu tentang simetri, segitiga, garis-garis sejajar, dan sebagainya.

Riset dari Van Hiele bermula pada tahun 1959 dan langsung menarik perhatian. Tetapi hampir dalam dua dekade perhatiannya sedikit saja (Hoffer dalam De Walle, 2006). Saat ini teori Van Hiele telah menjadi faktor yang sangat berpengaruh di Amerika Serikat (De Walle).

Tahap perkembangan mental menurut Van Hiele (Ruseffendi, 1991) adalah:

1. Tahap 1, pengenalan.
Pada tahap ini siswa sudah mengenal bentuk-bentuk geometri seperti segitiga, kubus, bola, lingkaran, dan lain-lain.
2. Tahap 2, analisis.
Pada tahap ini, siswa sudah dapat memahami sifat-sifat konsep atau bentuk geometri.
3. Tahap 3, pengurutan.
Pada tahap ini, selain siswa sudah mengenal bentuk-bentuk geometri dan memahami sifat-sifatnya, juga dapat mengurutkan bentuk-bentuk geometri yang satu sama lain berhubungan.
4. Tahap 4, deduksi.
Pada tahap 3, berpikirnya deduktifnya sudah mulai tumbuh, tetapi belum berkembang dengan baik. Matematika adalah ilmu deduktif. Karena itu pengambilan kesimpulan, pembuktian dalil, dan lain-lain itu harus dilakukan secara deduktif.
5. Tahap 5, akurasi.
Pada tahap ini siswa sudah dapat memahami bahwa adanya ketepatan (presisi) dari apa-apa yang mendasar itu penting.

De Walle (2006) melengkapi tahap berpikir geometri Van Hiele, yaitu:

1. Objek-objek pikiran pada tahap 1 berupa bentuk-bentuk dan bagaimana “rupa” mereka. Hasil pemikiran dari tahap ini adalah kelas-kelas atau kelompok-kelompok dari benda-benda yang terlihat “mirip”.

- Objek-objek pemikiran pada tahap 2 berupa kelompok-kelompok bentuk bukan bentuk-bentuk individual. Hasil pemikiran dari tahap 2 adalah sifat-sifat dari bentuk.
- Objek pemikiran pada tahap 3 adalah sifat-sifat dari bentuk. Hasil dari pemikiran pada tahap 3 adalah hubungan di antara sifat-sifat objek geometri.
- Objek pemikiran pada tahap 4 adalah hubungan di antara sifat-sifat objek geometri. Hasil pemikiran pada tahap 4 adalah sistem-sistem deduktif dasar dari geometri.
- Objek-objek pemikiran pada tahap 5 adalah sistem-sistem deduktif dasar dari geometri. Hasil dari pemikiran pada tahap 5 adalah perbandingan dan perbedaan di antara berbagai sistem-sistem geometri dasar.

Dalil-dalil yang dikemukakan Van Hiele (Ruseffendi, 1991) adalah:

- Kombinasi yang baik antara waktu, materi pelajaran, dan metode mengajar yang dipergunakan untuk tahap tertentu dapat meningkatkan kemampuan berpikir siswa kepada tahap yang lebih tinggi.
- Dua orang yang tahap berpikirnya berbeda dan bertukar pikiran, satu sama lain tidak akan mengerti.
- Kegiatan belajar siswa itu harus sesuai dengan tahap berpikir siswa.

Implikasinya terhadap pengajaran menurut Ruseffendi (1991) adalah bila kita menginginkan siswa mengerti geometri, maka tahap mengajarnya harus disesuaikan dengan tahap berpikir siswa, bukan sebaliknya. Dalam mengurutkan topik-topik geometri sesuai dengan tingkat kesukarannya. Selain itu, De Walle (2006) mengatakan "...tujuan kurikulum harus meningkatkan tahap pemikiran geometri siswa. Jika siswa diharuskan siap untuk kurikulum geometri deduktif di sekolah menengah, maka penting bagi pemikiran mereka berkembang ke tahap 3 di akhir kelas 8. Setiap guru haruslah bisa meninjau perkembangan siswa dalam pemikiran geometri dalam pembelajaran materi tiap tahunnya".

METODE

Metode studi kasus ini adalah deskriptif, karena "...penelitian menggunakan observasi, wawancara, atau anget mengenai keadaan sekarang ini, mengenai subjek yang sedang diteliti." (Ruseffendi, 1994).

Subjek studi adalah mahasiswa semester pertama Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNPAS Bandung, tahun akademik 2012/2013. Pengambilan data dilakukan pada tanggal 7 Desember 2012. Jumlah mahasiswa yang dijadikan subyek penelitian adalah 40 orang, yang diambil dari jumlah keseluruhan mahasiswa tingkat pertama sebanyak 105 orang. Cara pengambilan acaknya adalah dengan mengambil sebarang lembar jawaban mahasiswa yang masuk ke peneliti sebanyak 40 mahasiswa.

Data dikumpulkan dengan menggunakan soal tes matematika yang penyelesaiannya harus dengan pembuktian deduktif. Soal terdiri dari tiga buah soal yang harus dikerjakan selama 40 menit. Soal pertama dan soal kedua dibuat oleh penulis dengan merujuk kepada arahan yang dikemukakan oleh Prof. Ruseffendi, Ph.D. Sedangkan soal nomor 3 diambil dari instrumen yang ditulis oleh Posamentier (2002). Soal tersebut dirancang dengan fokus kepada tahap geometri Van Hiele tahap deduksi. Hal ini dimaksudkan supaya penelitian lebih fokus, dengan asumsi awal bahwa tiga tahap sebelumnya dianggap sudah dipahami mahasiswa.

Proses pengerjaan soal diawasi langsung oleh penulis, dan diberikan peringatan pengerjaannya tidak menyontek dan kerjasama dengan teman. Yang dirasa meragukan karena curang tidak dikumpulkan.

Setelah semua hasil tes terkumpul, selanjutnya diperiksa, ditandai, dan diolah bagi setiap soal yang dijawab dengan benar. Kemudian dijumlahkan yang benarnya, untuk selanjutnya dipersentasekan jawaban yang benar tersebut, untuk keperluan analisis data. Tahap akhir adalah melakukan interpretasi hasil analisis berdasarkan persentase yang diperoleh, untuk selanjutnya ditafsirkan berdasarkan temuan penelitian sebelumnya,

yaitu yang dikemukakan oleh Elliot. Apakah keadaan subjek yang dijadikan penelitian serupa dengan penelitian Elliot tersebut atau tidak.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Setelah data dikumpulkan dan diolah, maka selanjutnya dianalisis dan disajikan data hasil studi kasus ini seperti tampak pada tabel berikut.

Tabel 1. Perolehan Hasil Tes Pembuktian Secara Deduktif

No soal	Jawaban		Total
	Benar	Salah	
1.	10 (25)	28 (75)	40
2.	9 (22,5)	31 (77,5)	40
3.	0 (0)	40 (100)	40
Total	21 (17,5)	99 (82,5)	120

Catatan: dalam tanda kurung menyatakan persentase

Berdasarkan Tabel 1 di atas, tampak bahwa mahasiswa masih belum memahami pembuktian secara deduktif. Jika melihat berdasarkan soal, maka soal nomor 1 dijawab oleh mahasiswa lebih banyak dibandingkan dengan soal nomor 2 dan 3. Yang memprihatinkan adalah jawaban mahasiswa terhadap nomor 3, tidak satu orangpun yang benar.

Soal nomor 1 jika dilihat dari isi materinya bukan materi geometri, sehingga mahasiswa lebih banyak yang benar dibandingkan dengan nomor 2 dan 3. Nomor 2 dan 3 merupakan soal geometri yang pembuktiannya harus menggunakan cara-cara deduktif.

Jika ditelusuri jawaban mahasiswa atas ketiga soal tersebut, masih banyak yang menjawabnya dengan induktif seperti pada nomor 1 dan 2. Untuk soal nomor 1 masih banyak yang membuktikan dengan memberikan contoh bilangan ganjil, padahal dengan cara mencontohkan itu bukan membuktikan, tapi menunjukkan saja. Untuk soal nomor 2 mahasiswa banyak pula yang

menjawab dengan menggunakan cara-cara pembuktian informal, yaitu dengan memotong daerah segitiga bagian titik sudutnya sehingga setelah ketiga titik sudutnya digabungkan membentuk sudut lurus 180° . Walaupun cara tersebut diperbolehkan untuk anak SD, tapi pembuktiannya tidak bisa dibenarkan. Untuk jawaban nomor 3, ada pula beberapa orang yang mencoba menggunakan aksioma sisi sudut sisi (s sd s) atau sudut sisi sudut (sd s sd). Tetapi mereka tampaknya tidak memahami kapan aksioma tersebut dipakai, sehingga tidak berhasil membuktikannya.

Ketika saya melakukan wawancara terbatas terhadap mahasiswa yang tidak bisa mengerjakan soal tersebut, mereka pada umumnya menjawab bahwa di sekolah tidak pernah diberikan atau diajarkan cara membuktikan geometri secara deduktif. Mereka lebih banyak mengukur dan menghitung besaran-besaran tertentu yang sudah jelas rumusnya. Sedangkan membuktikan dengan menggunakan dalil-dalil tertentu tidak dilakukan.

Berdasarkan deskripsi hasil studi dan temuan di atas, akan dicoba diuraikan mengapa mahasiswa tidak memahami pembuktian secara deduktif. Terdapat beberapa kemungkinan penyebab, di antaranya adalah tidak terbiasa membuktikan suatu dalil atau teorema, di sekolah hanya diberikan yang sudah jadinya sehingga mahasiswa kurang diberi kesempatan untuk menyelidikinya lebih lanjut. Kemungkinan berikutnya adalah karena di sekolah tidak diberikan geometri aksiomatik yang diberikan adalah geometri transformasi. Seperti yang dikemukakan oleh Ruseffendi (1990) yaitu, "...geometri di SL-nya ialah geometri transformasi dimulai dengan benda-benda geometri ruang, dalam hal ini kubus, dan kurang menggunakan simbol, notasi dan terminologi yang ditepatkan; ini tidak berarti salah". Kemungkinan lain adalah ketika pengajaran geometrinya di sekolah tidak menekankan kepada tahapan berpikir yang dikemukakan oleh Van Hiele, walaupun hal ini mesti penelusuran lebih lanjut.

Jika dikaitkan dengan hasil penelitian yang dikemukakan oleh Elliot (Ruseffendi, 1990) yang menyatakan bahwa hanya 5%

siswa yang memahami geometri aksiomatik, studi kasus ini memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan penelitian tersebut. Hal ini dimungkinkan karena siswa yang diteliti merupakan siswa SMA yang sudah mendapatkan setengah semester kuliah di tingkat pertama Jurusan matematika. Selain itu, subyek yang diteliti merupakan siswa terpilih, karena telah memilih jurusan pendidikan matematika.

Untuk soal nomor 3, tidak ada sama sekali mahasiswa yang menjawab benar. Hal ini patut disayangkan karena mahasiswa calon guru matematika. Walaupun jika dibandingkan dengan penelitian Driscoll (Ruseffendi, 1990) terhadap jawaban mahasiswa nomor 3 tersebut menunjukkan konsistensi, bahwa keakuratan tidak dipahami oleh siswa. Dengan kata lain, mahasiswa belum memahami tahap berpikir deduktif geometri Van Hiele. Sehingga ke depan perlu penanganan atau perlakuan khusus supaya mereka lebih memahami bahwa pembuktian matematika itu harus secara deduktif.

KESIMPULAN DAN SARAN

Mahasiswa tingkat pertama semester awal Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Unpas belum memahami tahap berpikir deduktif geometri Van Hiele. Hal ini ditunjukkan dari jawaban terhadap instrumen yang harus dibuktikan secara deduktif, yang belum dijawab dengan benar oleh kebanyakan mahasiswa.

Terdapat konsistensi yang sama antara penelitian Driscoll dengan studi kasus yang dilakukan di mahasiswa tingkat pertama semester awal, yaitu untuk tahap keakuratan dari tahap berpikir geometri Van Hiele tidak dipahami oleh mahasiswa.

Diperlukan penelitian lanjutan agar hasil penelitiannya dapat digeneralisasikan lebih luas lagi yaitu dengan membuat instrumen yang bervariasi dan mencakup semua tahap berpikir geometri Van Hiele.

Selanjutnya untuk meningkatkan pemahaman geometri mahasiswa ke level yang lebih tinggi lagi dari tahap berpikir geometri Van Hiele diperlukan proses pembelajaran yang lebih inovatif yang mengikuti tahap-tahap berpikir geometri Van Hiele.

DAFTAR PUSTAKA

- BSNP (2006). *Standar Isi*. Jakarta: Depdiknas
- De Walle, J.A. (2006). *Pengembangan Pengajaran Matematika Sekolah Dasar dan Menengah*. Jakarta: Erlangga.
- Kemendikbud (2012). Bahan Uji Publik Kurikulum 2013. (Tersedia: <http://kurikulum2013.kemdikbud.go.id>)
- Posamentier, A.S dan Stepelman, J. (2002). *Teaching Secondary Mathematics, Technique and Enrichment Units*. New Jersey: Pearson Education.
- Ruseffendi, E.T. (1990). *Pengajaran Matematika Modern. Seri keenam*. Bandung: Tarsito
- Ruseffendi, E.T. (1991). *Pengantar kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.
- Ruseffendi, E.T. (1994). *Dasar-Dasar Penelitian Pendidikan dan Bidang Non-Eksakta Lainnya*. Bandung: Tarsito.