

# PENGEMBANGAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN PEMODELAN (*MATHEMATICAL MODELING*) BERBASIS REALISTIK UNTUK MAHASISWA

*Turmudi, Asep Syarif Hidayat, Sufyani Prabawanto, dan Aljupri*

Jurusan Pendidikan Matematika, FPMIPA  
Universitas Pendidikan Indonesia

## ABSTRAK

Beberapa latar belakang dari penelitian ini adalah bahwa pengajaran matematika saat ini masih menekankan pada metode ekspositori, komunikasi satu arah, dan penggunaan pendekatan kapur dan bicara. Sebagian besar kinerja siswa dalam pengajaran matematika hanya menonton guru memecahkan masalah di papan tulis. Kurang kesempatan diberikan kepada siswa untuk melakukan matematika kreatif untuk menunjukkan kegiatan mereka. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengembangkan kemampuan mahasiswa dalam matematika pemodelan dan mengajar matematika menggunakan model untuk siswa sekolah menengah pertama dan atas. Bahan awal dan workshop pemodelan matematika dilakukan untuk sejumlah guru dan mahasiswa. Empat mahasiswa terlibat dalam penelitian pemodelan matematika bersama dengan tim peneliti. Dengan menggunakan model matematika memungkinkan bagi siswa untuk menemukan kembali konsep-konsep matematika, prosedur, atau hukum matematika yang telah ditemukan oleh matematikawan sebelumnya. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemodelan matematika meningkatkan komunikasi dalam matematika, kompetensi siswa dalam matematika strategis, kemampuan dalam pemecahan masalah dan penalaran adaptif siswa. Model matematika ini juga memunculkan sikap positif terhadap matematika bahwa kegiatan model matematika yang menarik, membantu siswa untuk memahami konsep-konsep matematika, dan memberikan kesempatan bagi siswa untuk mengkomunikasikan ide-ide matematika mereka. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa mampu untuk mengajar matematika dengan proses pemodelan berdasarkan pendekatan realistik.

**Kata kunci:** matematika realistik, modeling

## ABSTRACT

Some background of this research are that current mathematics teaching still emphasize on the expository method, one way communication, and chalk and talk approaches. Most of students' performance in mathematics teaching are watching the teacher solved the problems on the chalkboard. Less opportunity is given to the students for doing mathematics creatively to show their activities. The aim of this study is to develop university students' ability in mathematical modeling and teaching mathematics using modeling for junior as well as senior secondary students. The initial materials and the workshop on mathematical modeling were conducted for a number of teachers and university students. Four university students were involved in mathematical modeling research along with the research team. By using mathematical modeling, it is possible for students to reinvent mathematical concepts, procedures, or the law of mathematics which has been discovered by mathematicians previously. Results indicated that mathematics modeling improved students' communication in mathematics, students' competence in mathematical strategic, students' ability in problem solving and students' adaptive reasoning. This mathematical model also emerged positive attitude towards mathematics that mathematical model activities were interesting, help students to understand mathematical concepts, and to give opportunity for students to communicate their mathematical ideas. This indicates that the university students were able to teach mathematics by modeling process based on the realistic approaches.

**Keywords:** modeling, realistic mathematics

## PENDAHULUAN

Pembelajaran matematika pada umumnya disampaikan secara informatif, sebagaimana disindir oleh Romberg dan Kaput (1999)

bahwa “...an initial segment where the previous day's work is corrected. Next, the teacher presents new material, often working one or two new problems followed by a few students working similar problems at the

*chalkboard. The final segment involves students working on an assignment for the following day*". Pada intinya kegiatan pembelajaran jenis ini terdiri atas tiga segmen utama yang meliputi (1) Memeriksa PR hari sebelum-nya, (2) Menyajikan materi baru diikuti siswa, kemudian (3) Siswa mengerjakan tugas-tugas, dan sisa tugasnya dikerjakan di rumah sebagai PR dan ditagih pada hari berikutnya.

Bahkan sebelumnya, Silver (1989) juga memberikan kritikan secara lebih pedas lagi dengan mengemukakan argumentasinya bahwa "aktivitas siswa sehari-hari dalam pelajaran matematika di kelas terdiri atas "menonton" gurunya menyelesaikan soal-soal di papan tulis kemudian bekerja sendiri dengan masalah-masalah matematika yang disediakan dalam buku kerja tradisional atau lembaran-lembaran kerja atau LKS". Di samping itu cara pandang matematika sebagai ilmu pengetahuan yang ketat dan terstruktur secara rapi menyebabkan tidak ada "ruang gerak" bagi siswa untuk berkreasi, dan untuk mengembangkan kreativitasnya, sebagai mana tuntutan dari taksonomi Bloom yang direvisi pada tataran ranah kognitif tertinggi CREATE (Anderson & Krathwohl, 2001). Sebaliknya pandangan bahwa matematika adalah aktivitas kehidupan manusia mendorong siswa melakukan kegiatan-kegiatan berupa percobaan, dan penyelidikan yang mengarah kepada pembuktian *conjecture* atau dugaan yang dibuat siswa, serta kemauan melakukan investigasi dan eksplorasi matematis, untuk memunculkan sikap kreatifnya.

*Chalk and talk* dan *paper pencil test* juga merupakan suatu strategi yang kurang melatih siswa untuk menjadi kreatif, untuk mampu menguji dugaan (*conjecture*), untuk dapat menempuh proses eksplorasi, untuk dapat melakukan proses investigasi dan proses penelitian, sehingga siswa mampu mendapatkan suatu temuan konsep atau temuan prosedur atau temuan prinsip-prinsip matematika.

Dengan prinsip seperti ini memungkinkan siswa (atau mahasiswa) dapat menemukan kembali konsep-konsep atau prosedur atau hukum matematika yang pernah ditemukan oleh para ahli sebelumnya, dapat

membuat model matematika yang pada mulanya cukup sederhana kemudian secara lambat laun siswa dapat menguji, memformalkan, dan menggeneralisasikan.

Karenanya dipandang perlu adanya suatu pembelajaran matematika yang dapat memfasilitasi siswa membuat dan menciptakan model matematika (*mathematical modeling*) yang dapat mereka temukan sendiri. Pembelajaran matematika dengan pemodelan (*mathematical modeling*) berbasis realistik menjadi fokus dalam penelitian ini.

Usaha keras telah dilaksanakan melalui berbagai pembaharuan agar matematika yang diajarkan dapat merangsang siswa mencari sendiri, melakukan penyelidikan sendiri, melakukan pembuktian terhadap suatu dugaan (*conjecture*) yang mereka buat sendiri, mencari tahu jawaban atas pertanyaan teman atau pertanyaan gurunya. Aktivitas siswa yang demikian hendaknya tidak selalu menggantungkan diri kepada guru, melainkan hendaknya siswa berkemauan keras mencari sendiri dengan catatan bahwa fasilitas, buku pelajaran, sumber matematika, konteks matematika, dan alat-alat yang mendukung proses investigasi dan *inquiry* matematika tersedia atau paling tidak diberi-tahu gurunya bahwa di alam sekitar siswa sebenarnya tersedia konteks dan media matematika yang memadai untuk belajar.

Pembelajaran matematika berbasis realistik (RME) memfasilitasi siswa untuk terjadinya proses pemodelan matematika, menyediakan konteks sebagai titik awal pembelajaran matematika, dan proses pembelajaran di kelas sedemikian sehingga berlangsung secara interaktif. Namun demikian diperkirakan masih akan muncul sejumlah pertanyaan. Oleh karenanya rumusan masalah dalam kajian ini adalah: (1) Apakah benar kemampuan pemodelan matematika mahasiswa akan muncul dengan pembelajaran matematika berbasis RME? Kalau benar bagaimana proses pemodelan yang terjadi? (2) Apakah pemodelan matematika dapat meningkatkan kemampuan matematika mahasiswa? (3) Apakah dengan pemodelan matematika menyebabkan mahasiswa memberikan respon secara aktif dalam belajar

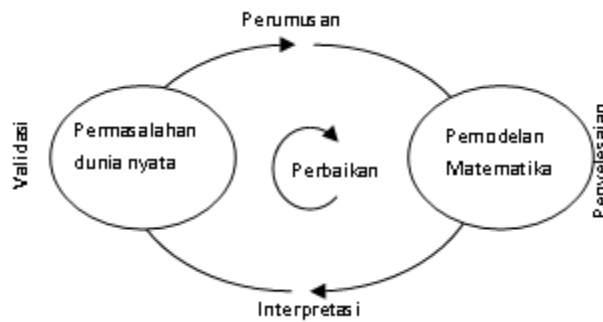
matematika? (4) Apakah melalui pemodelan matematika ini akan muncul suatu teori lokal?

Sekaitan dengan penelitian ini, proses pemodelan ini mendorong siswa untuk mampu memodelkan matematika (*mathematical modeling*), artinya aktivitas kolaboratif antara dosen, guru, dan mahasiswa untuk meningkatkan kualitas pembelajaran matematika ini dan mendorong mahasiswa (dan efeknya pada siswa) untuk dapat memodelkan gejala-gejala alam dalam bentuk model matematika.

Pemodelan matematika merupakan proses dalam memperoleh pemahaman matematika melalui konteks dunia nyata. Menurut Lovitt (1991) pemodelan matematika

ditandai oleh dua ciri utama, yaitu (1) pemodelan bermula dan berakhir dengan dunia nyata, (2) pemodelan membentuk suatu siklus (Lihat gambar 1).

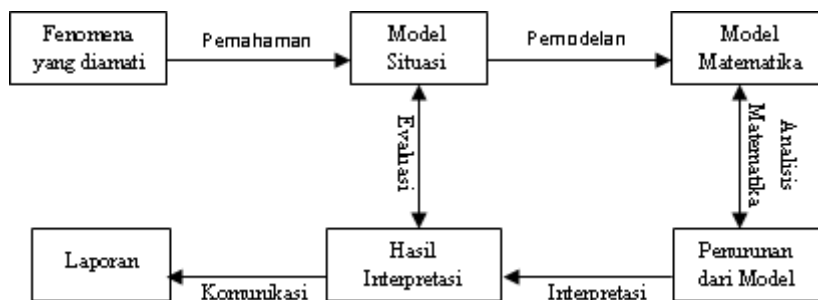
Kelas-kelas matematika yang dilukiskan Silver (1989), Romberg & Kaput (1999), Senk & Thompson (2003), dan oleh Ernest (2004) memperlihatkan pasifnya siswa di dalam kelas. Hal ini dikuatkan oleh Wahyudin (1999) bahwa pilihan favorit guru-guru dalam mengajar matematika adalah dengan metode ceramah dan ekspositori di mana guru asyik menerangkan materi baru di depan kelas dan murid mencatat serta mengkopir apa yang ditulis guru.



Gambar 1. Pemodelan Matematika oleh Lovitt

Kemudian siswa disuruh mengerjakan latihan dan diberi sejumlah soal pekerjaan rumah. Kalau demikian yang terjadi maka sangat kecil kemungkinan siswa mampu melakukan proses pemodelan matematika. Peneliti meminjam desain yang dikemukakan oleh Verschaffel, Greer, & De Corte (2002) sebagai berikut:

Kelas matematika yang berjenis ‘*transmission*’ dilukiskan Senk & Thompson (2003) bahwa “setiap topik biasanya diperkenalkan dengan menyatakan suatu aturan (*rule*) diikuti oleh sebuah contoh bagaimana menerapkan aturan (rules, dalil, hukum) tersebut, kemudian kepada siswa diberikan sejumlah latihan soal (Senk & Thompson, 2003).



Gambar 2. Diagram Proses Pemodelan

Kini upaya pembaharuan matematika adalah dengan cara memerankan siswa berpartisipasi secara aktif. Itulah hakikat perubahan dari *'transmission'* ke *'participation'*. Dalam mempelajari matematika peran siswa adalah mengkonstruksi pengetahuan bersama dengan bantuan guru. Guru mengungkapkan permasalahan, menyampaikan pertanyaan, mendengar jawaban siswa, mengejar dengan pertanyaan lanjutan (*probing questions*) kemudian menunggu jawaban dari siswa dalam pembentukan pengetahuan atau konsep matematika yang diharapkan. Guru harus sedikit sabar mendengarkan argumentasi yang diungkapkan siswa, mendengar dan menyimak presentasi serta penalaran siswa, baik itu dalam bentuk komunikasi lisan maupun komunikasi tulisan.

Mendengar ide-ide matematika siswa merupakan aspek-aspek penting dalam pembelajaran yang berwawasan konstruktivisme "...to shift from *'telling and describing'* to *'listening and questioning'* and *'probing for understanding'*..." (Maher&Alston,1990).

Dalam suatu pelatihan tentang pembelajaran matematika yang berwawasan pembaharuan salah seorang peserta mengemukakan bahwa setelah mengikuti kegiatan pengembangan profesi, ia menyadari akan pentingnya "mendengar ide-ide para siswa". Sebab mana bisa kita mengembangkan kemampuan penalaran siswa, mana mungkin kita bisa mengembangkan kemampuan komunikasi siswa, apabila kita sendiri sebagai guru tidak memberikan kesempatan dan waktu kepada siswa untuk berbicara dan mengkomunikasikan idenya. Adalah sangat sulit untuk dapat dicapai, manakala kita sebagai guru tidak 'mau' mendengarkan ide-ide yang dikemukakan siswa. Karenanya 'pemberian kesempatan kepada siswa' dan 'mendengarkan ide-ide matematik dari siswa' akan menjadi kata-kata kunci untuk tercapainya kemampuan berkomunikasi dan kemampuan pemodelan matematika.

Interaksi aktif antara siswa dengan siswa dan antara siswa dengan guru hendaknya

menjadi aktivitas sehari-hari pembelajaran matematika. Hal ini hanya mungkin terjadi kalau guru memiliki kemampuan menyelenggarakan pembelajaran seperti ini, manakala guru sabar menunggu jawaban siswa, menunggu siswa yang merenung sejenak memikirkan pertanyaan guru.

Selain dari pada itu agar terjadi interaksi antara siswa dengan siswa, maka guru hendaknya memiliki kemampuan mengajar dengan pendekatan kerja kelompok. Sebab dengan kerja kelompok inilah maka interaksi antara siswa dengan siswa akan terjadi. Hal ini pulalah yang memfasilitasi standar proses komunikasi matematika. Baik komunikasi matematika tertulis maupun komunikasi lisan, melalui kerja kelompok ini dapat terdeteksi. Guru dapat melihat secara langsung bagaimana siswa berargumentasi terhadap konsep matematika yang sedang dipelajarinya. Argumentasi ini mungkin akan berupa penalaran informal, yang pada gilirannya akan sampai kepada penalaran matematika formal yang dibangun bersama dengan siswa lain dibantu oleh gurunya di kelas. Membangun matematika dilalui siswa dengan kemampuan membangun pemodelan matematika, dan pemahaman matematika yang berangkat dari aktivitas kehidupan manusia. Dari kehidupan nyata yang dihadapinya dalam kehidupan sehari-hari.

Dalam proses pemodelan, aspek komunikasi menjadi sangat penting karena siswa dituntut untuk mampu mengkomunikasikan gagasan matematika dalam bentuk model atau rumusan matematika. Dengan mengetahui seperti apa pemodelan matematika berlangsung dan mengetahui situasi saat ini yang ada di kelas-kelas kita, maka dapat kita katakan bahwa *mathematical modelling* merupakan bagian penting yang hendaknya menjadi kompetensi guru. Siswa diharapkan mampu berfikir dan melakukan pemodelan dalam bidang matematika.

Beberapa studi pendahuluan memperlihatkan bahwa pendekatan realistik direspon secara positif oleh siswa-siswa SMP di Bandung. Turmudi & Dasari (2000), serta Jozua & Turmudi (2001) menemukan bahwa

para siswa merespon positif terhadap hadirnya pembelajaran matematika realistik. Namun demikian masih diperlukan pengkajian lebih mendalam tentang kemampuan siswa dalam pemodelan matematika. Karenanya makalah ini mengkaji tentang “Pemodelan Matematika (*Mathematical Modelling*) Berbasis Realistik di Sekolah Menengah”

## METODE

Makalah ini merupakan hasil kajian kualitatif yang mengungkapkan pendapat mahasiswa tentang pemodelan matematika dan kemampuan siswa untuk memodelkan matematika. Rancangan proses pembelajaran matematika yang berkaitan dengan modeling (proses pemodelan) disusun dan divalidasi oleh tim ahli. Selanjutnya rancangan ini disampaikan kepada para mahasiswa dalam proses workshop. Materi serupa dan materi yang telah dikembangkan lebih lanjut oleh para mahasiswa juga dikemas untuk penyelenggaraan workshop matematika bersama dengan para guru matematika SMP dan SMA. Sejumlah alat peraga menyangkut pemodelan matematika didesain untuk memudahkan siswa berfikir dan memodelkan konsep abstrak. Kemudian sejumlah instrumen penelitian berupa angket dan pedoman wawancara juga dirancang untuk menggali bagaimana proses pemodelan yang dialami oleh para mahasiswa dan oleh para guru. Pada tingkat selanjutnya para mahasiswa dan guru yang terlibat dalam penelitian ini merancang bahan ajar sesuai silabus di sekolahnya.

Mahasiswa yang terlibat dalam penelitian ini adalah mahasiswa yang mengambil skripsi dengan tema utama pemodelan matematika, sebanyak 4 orang. Dalam penelitian skripsinya, para mahasiswa dituntut untuk menguji efektivitas pembelajaran matematika dengan pemodelan berbasis realistik sekaligus mengukur kemampuan siswa melakukan proses pemodelan matematika. Tidak

dilakukan pengujian statistika secara ketat, namun analisis kualitatif terhadap data hasil penelitian dilakukan secara mendalam. Pola triangulasi digunakan untuk menghimpun data, menganalisis, dan menyimpulkan berdasarkan data tersebut yang berasal dari berbagai sumber (Creswell, 1994; Denzin, 1994; Denzin & Lincoln, 2005). Data yang berasal dari suatu sumber dengan data yang lain digunakan untuk menjustifikasi kebenaran informasi dan untuk memberikan jawaban atas pertanyaan penelitian yang diungkapkan ini.

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dalam pembelajaran matematika. Tahap pertama mengungkapkan kajian teoritis, menyusun desain untuk bahan workshop, dan melakukan validasi instrumen penelitian, tahap kedua implementasi dalam pembelajaran matematika yang menekankan kepada proses pembelajaran berbasis pemodelan matematika, dan tahap ketiga adalah analisis dilakukan lebih menekankan kepada aspek kualitatif sehingga tidak mengedepankan kepada hasil akhir atau (benar-salahnya jawaban), namun penekanan kepada proses berfikir dan bernalarnya siswa. Karenanya analisis kualitatif akan menjadi tumpuan utama penelitian ini.

Untuk mendesain bahan ajar yang disampaikan kepada mahasiswa menyangkut pola-pola ubin pada lantai di dalam gedung JICA, tumpukan piring (pisin) yang akan mengaitkan banyak piring dengan tinggi tumpukan, dan wadah cairan untuk menghubungkan antara volume cairan dalam (ml) dan ketinggian cairan dalam wadah (dinyatakan dalam mm) yang masing-masing akan diuraikan pada bagian berikut ini.

Bahan ajar untuk training para peserta penelitian dan para guru matematika diambil dari situasi-situasi yang tampak pada kehidupan sehari-hari. Misalkan kepada mahasiswa disajikan konteks pola-pola lantai yang ada di gedung JICA, FPMIPA UPI.



**Gambar 3. Gedung JICA FPMIPA UPI**



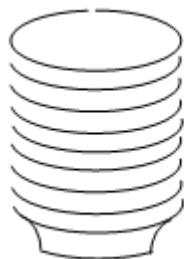
**Gambar 4. Lantai dan pola lantai**

Dengan memperhatikan pola pada gambar di atas, mahasiswa diminta membuat sketsa pola berikutnya, kemudian menentukan luas pada masing-masing gambar. Sekarang bagaimana pola luas untuk bangun-bangun di atas, dapatkah mahasiswa membangun aturan umum dari luas bangun-bangun pada pola tersebut. Bagaimanakah aturannya?

Tumpukan piring menjadi konteks yang menarik untuk pemodelan matematika. Dari hasil pengukuran terhadap tinggi tumpukan

piring diperoleh informasi seperti pada uraian Gambar 5:

Mahasiswa diminta membuat aturan umum yang menghubungkan antara banyak piring ( $n$ ) dengan tinggi tumpukan  $T$ , sehingga akan didapat hubungan  $T: n \rightarrow 12 + 4n$ , dan mahasiswa diminta menelusuri bagaimana mendapatkan rumus tersebut untuk dapat memberikan bimbingan terhadap siswa saat mereka melakukan penelitian dan pembelajaran di sekolah.



satu piring tingginya 16 mm, kalau dua piring tinggi tumpukan menjadi 20 mm, tinggi tumpukan 3 piring menjadi 24 mm, tumpukan 4 piring tingginya 28 mm. Dapatkah kalian menduga berapa tinggi tumpukan sampai 125 piring? Mengapa tingginya seperti itu? Jelaskan!

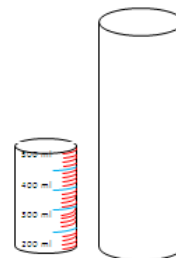
**Gambar 5. Tumpukan piring awal sebuah pemodelan**

Model dan grafik yang diperoleh dari pengamatan langsung dalam percobaan penuangan cairan di dalam wadah tertentu digunakan untuk melihat hubungan antara dua variabel. Siswa diajak untuk memperhatikan sebuah tabung yang siap diisi dengan cairan tertentu yang dapat diamati. Siswa diajak

untuk mengamati volume tabung, dan juga tinggi dari tabung tersebut. Melalui pengamatan yang mereka lakukan, diharapkan siswa mendapatkan sekumpulan data yang menyangkut volume tertentu dari bagian tabung dengan ketinggian volume cairan dalam tabung yang bersangkutan.

Misalkan peralatan-peralatan yang diperlukan siswa adalah:

- (1) Tabung kaca ukuran tinggi 20 cm dan jari-jari alasnya 4 cm
- (2) Gelas ukur berskala sampai 500 ml
- (3) Penggaris (ukuran) cm
- (4) Cairan (sebaiknya berwarna)
- (5) Alat tulis pencatat (kertas, pulpen)



**Gambar 6. Gelas takar dan tabung untuk praktikum pemodelan**

Dengan peralatan-peralatan yang tersedia siswa melaksanakan praktik dengan menakar air:

Tujuannya bahwa siswa dapat:

- (1) menghubungkan 2 variabel (pada komponen volume dengan komponen ketinggian)

- (2) mencatat data hasil pengukuran volume dan ketinggian dalam bentuk tabel

- (3) menggambarkan grafik dari tabel yang terbentuk

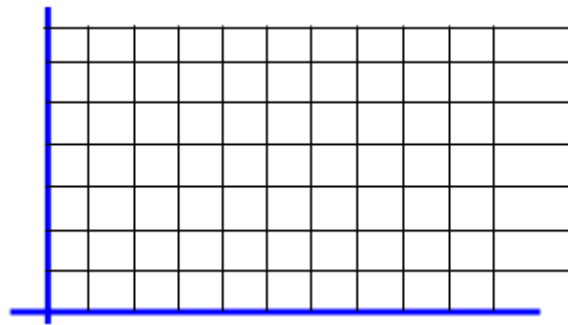
- (4) memodelkan (menyusun persamaan dari model grafik yang terbentuk).

**Tabel 1. Format hasil pengamatan**

Volume (ml)								
Ketinggian (cm)								

Mula-mula siswa diminta membuat dugaan, kurva apakah yang terjadi apabila titik-titik (V,T) diplot pada sebuah bidang koordinat? Andaikan pengukuran-pengukuran itu bukan tiap kelipatan 100 ml, tetapi setiap kelipatan 50 ml, bagaimana grafik yang terbentuk? Mengapa?

Sekarang apakah mungkin anda membuat persamaan yang menghubungkan volume (V) dengan ketinggian (T).



**Gambar 7. Grafik yang menghubungkan volum dan tingi Tabung**

Berdasarkan hasil pengamatan di atas apa yang dapat kamu katakan perbedaan antara dugaan yang kamu buat dengan hasil yang kamu peroleh? Adakah perbedaan antara yang kamu peroleh dengan yang kamu duga sebelumnya? Jelaskan perbedaan yang kamu

dapatkan kepada teman-temanmu di kelas. Bagaimana kalau tabung yang kamu ukur itu diganti dengan sebuah kerucut, bola, bola dan tabung, serta bangun-bangun lain, misalkan bangun-bangun berupa POT BUNGA.



**Gambar 8. Bejana untuk praktek pemodelan**

Meskipun model persamaan tidak atau belum dapat dibangun mahasiswa, sekurang-

kurangnya mahasiswa telah dapat membayangkan bagaimana gambar grafik

yang menghubungkan antara variabel volume dengan variabel ketinggian yang ada pada bangun-bangun geometri ruang di atas.

Variabel-variabel serupa akan anda temukan dalam hubungan-hubungan berikut ini:

- (1) Volume bahan bakar dengan harganya
- (2) Ketinggian benda dari bumi dengan gaya grafitasinya
- (3) Luas permukaan daun dengan respirasi yang dapat dihasilkan
- (4) Tanggal dalam setahun dengan panjang hari (dinyatakan dalam detik)
- (5) Jarak penggunaan taksi dikaitkan dengan biaya (tariff) pemakaiannya
- (6) Banyaknya hitungan nafas ikan (ikan membuka mulut) dengan suhu air di kolam

Apabila siswa dapat mengamatinya secara teliti dan seksama dan dapat menyajikannya dalam bentuk tabel, menyajikannya dalam bentuk grafik, serta membangun “rumus” hubungan antar kedua variabel tersebut, maka kompetensi-kompetensi pemodelan telah dapat dimiliki oleh siswa.

Bahan-bahan di atas dikembangkan lebih lanjut oleh para mahasiswa, sebagai bahan workshop sekaligus sebagai media latihan untuk membuat pemodelan sesuai dengan SK/KD di sekolah sebagai bahan penelitian.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebagaimana telah dikemukakan bahwa penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan kemampuan pemodelan matematika mahasiswa dan selanjutnya mahasiswa mengukur kemampuan siswa

sekolah menengah pertama dan atas di Kota Bandung.

Dalam perjalanannya bagaimana mahasiswa memahami apa itu pemodelan dan proses pemodelan itu berlangsung, serta bagaimana prosesnya sehingga mahasiswa dapat memahami pengertian pemodelan dan kesanggupan mereka melakukan penelitian tentang pemodelan berbasis realistik di sekolah, uraian berikut ini akan disajikan pemahaman masing-masing peserta dalam pemodelan matematik. Selain daripada itu pelaksanaan workshop bersama dengan sejumlah guru matematika SMP dan SMA juga dilaporkan dalam penelitian ini. Kemudian bagaimana para mahasiswa dapat memahami proses pemodelan matematik dalam penelitian ini diraikan dalam makalah ini.

Ketika pertama kali kepada para peserta diperkenalkan pola-pola ubin yang ada di Gedung JICA, mereka umumnya belum menyadari bahwa bahan yang disajikan adalah bagian dari proses pemodelan dalam matematika. Mereka diminta mencari hubungan antara nomor urut pola dengan luas bangun pada pola tersebut?

Bahan ajar untuk pelaksanaan workshop dengan para mahasiswa yang terseleksi untuk mengambil skripsi dengan tema pemodelan meliputi “pola-pola ubin” yang mengkaitkan antara nomor urut pola dengan luasnya. Mula-mula diperkenalkan kepada para mahasiswa bentuk-bentuk bangun yang berada di lantai II “JICA Building”. Dengan memperhatikan pola-bangun tersebut pada mulanya mahasiswa merasa tidak begitu memahami apa maksud dari nara sumber menyampaikan pola-pola yang ada di lantai tersebut. Namun narasumber segera memberikan petunjuk, sebagai berikut:





**Gambar 9. Pengamatan terhadap Model lantai Bangunan JICA-FPMIPA**

Dengan dua petunjuk tersebut segera mahasiswa dapat menangkap apa yang dimaksudkan. Mahasiswa mencoba mendefinisikan apa yang dimaksudkan dengan satu satuan luas dan menghitung berapa luas Bentuk-1 dan berapa pula luas Bentuk-2, dan selanjutnya mahasiswa diminta menggambarkan Bentuk-3.

Uraian berikut ini merupakan beberapa pengakuan dari mahasiswa yang terlibat dalam penelitian ini:

Istilah modelling (pemodelan) dalam pembelajaran matematika belum pernah saya dengar. Ketika ada penelitian mengenai pemodelan yang dilakukan oleh tim dosen matematika, saya pun tertarik dan ingin mengetahui, memahami, serta mendalami apa itu pemodelan dalam pembelajaran matematika. Setelah saya bergabung dengan tim dosen, pertanyaan seperti “Apa itu pemodelan?”, “Bagaimana penerapan dan pengembangannya dalam pembelajaran matematika?” Dan pemodelan masih menjadi tanda tanya besar dalam pikiran saya. Saya masih belum tahu apa itu pemodelan. [Selang beberapa minggu diadakan pertemuan]. Pada pertemuan pertama ini, saya dan rekan-rekan mahasiswa lainnya yang tergabung dalam penelitian ini diajak mengamati lantai di depan Jurusan Pendidikan Matematika. Mulanya saya tidak mengerti apa maksud dari tugas kami untuk mengamati lantai itu, dan muncul dalam benak saya apa hubungannya dengan matematika. Lalu dosen mengarahkan kami untuk mengamati pola yang akan terbentuk dari lantai itu. Ternyata, jika diamati

dengan seksama lantai tersebut akan membentuk pola-pola menarik dipandang dari aspek matematika.

Jika dihubungkan dengan matematika, dan dicari bentuk umumnya untuk  $n = k$ , maka akan diperoleh suatu rumus. Dari pengamatan tersebut, dosen mulai mengenalkan apa itu pemodelan. Proses dari awal mengamati suatu fenomena atau peristiwa hingga diperoleh bentuk matematis seperti pada pengamatan di atas yang disebut dengan pemodelan. Sebenarnya mahasiswa diminta untuk mencari hubungan antara nomor pola dengan luas bangun-bangun tersebut, apakah ada hubungan tertentu, apabila ada bagaimana rumusan hubungannya, dan bagaimana model yang terbentuk dari hubungan tersebut.

Bagian berikut adalah mahasiswa lain yang menanggapi tentang pemodelan dan pemahaman mereka terhadap pemodelan matematika:

Ketika mendengar istilah pemodelan matematika yang terbayang pertama kali oleh saya adalah membuat suatu alat peraga atau media pembelajaran yang berkaitan dengan materi matematika, seperti membuat kerangka kubus, balok, dan lain sebagainya. Kemudian tim dosen mulai mengenalkan pemodelan kepada saya melalui suatu permasalahan. Kepada saya (kami) diperlihatkan suatu pola lantai seperti pada Gambar 10, jika banyak lantai yang berbentuk persegi panjang satu lantai, dua lantai, dan tiga lantai.

Kemudian saya diminta untuk mencari luas masing-masing pola lantai dan lalu mencari suatu aturan atau rumus umum untuk luas lantai di atas. Saya mengerjakannya dengan cara mencoba-coba, sampai akhirnya menemukan aturan/rumus yang cocok untuk menghitung luas dari pola lantai di atas untuk

banyak lantai yang berbentuk persegi  $n$  lantai. Setelah itu, tim dosen kemudian menunjukkan beberapa cara untuk menemukan suatu aturan untuk menghitung luas dari pola lantai di atas, dari cara yang sederhana sampai cara yang kompleks yang tidak terpikirkan sebelumnya oleh saya.

Untuk sampai kepada pemahaman konsep pemodelan, mahasiswa bukan hanya sekedar menggambarkan, tetapi mahasiswa diharapkan juga mampu menghubungkan variabel-variabel yang muncul pada peragaan yang diberikan dan menyusun atau membuat hubungan dalam bentuk rumusan.

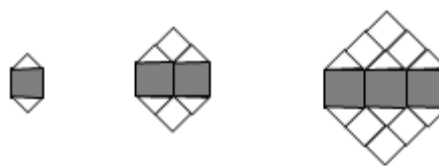
Mahasiswa yang menjadi anggota penelitian ini ternyata memiliki pemahaman yang berbeda tentang pemodelan sebagaimana dikemukakan oleh Femmy

Pemodelan merupakan sebuah istilah yang belum familiar bagi saya ketika pertama kali saya mendengarnya dari dosen. Karena itu, saya mencoba mencarinya melalui internet. Tetapi sebagian besar yang saya dapat hanya mengenai model secara umum yaitu gambaran dari suatu objek yang dapat mewakili objek aslinya. Sedangkan mengenai pemodelan, saya masih belum cukup mendapat gambaran. Yang ada di dalam pikiran saya saat itu, pemodelan adalah membentuk model (berupa benda) yang berhubungan dengan matematika. Gambaran pertama yang diberikan oleh dosen kepada saya dan rekan-rekan adalah ketika kami diminta untuk mengamati ubin di depan ruang Jurusan Pendidikan Matematika, selanjutnya kami diminta menentukan polanya. Setelah kami melakukan kegiatan itu, kemudian dosen menginformasikan bahwa kegiatan yang baru saja dilakukan merupakan salah satu contoh pemodelan. Bermula dari kegiatan tersebut, saya mulai mencari referensi dan membaca beberapa referensi mengenai pemodelan yang diberikan oleh dosen. Pengetahuan saya mengenai pemodelan pun mulai bertambah. Yang dapat saya pahami kemudian, pemodelan merupakan proses menggunakan matematika untuk menyelesaikan suatu masalah.

Pengakuan Ferry sebagai salah satu anggota dalam penelitian ini dikemukakan dalam paragraf berikut ini

Skripsi yang saya kerjakan ini melalui beberapa tahapan. Pada tahap awal, ketika bergabung dalam penelitian bersama Bapak Turmudi dan tim mengenai pemodelan berbasis *Realistic Mathematics Education* (RME), saya belum mengetahui tentang pemodelan. Sama sekali tidak terbayang apa dan bagaimana pemodelan itu, yang terlintas hanyalah tentang model yang menurut pengertian saya merupakan representasi atau yang mewakili sesuatu hal. Sebelum menjelaskan tentang pengertian pemodelan, para dosen berusaha mengarahkan saya pada pengertian pemodelan dengan memberikan

masalah yang sangat dekat dengan lingkungan sekitar kampus yaitu tentang pola luas beberapa petak ubin di gedung JICA, seperti tampak berikut:



**Gambar 10: Pemahaman mahasiswa tentang Pola**

Dengan bimbingan dari dosen, saya diarahkan sehingga mendapatkan pola luas ubin untuk  $n = 1, 2, 3, \dots, p$ . Saya merasa masalah yang diberikan tersebut sangat menarik, karena dari sesuatu yang dekat dengan kehidupan sehari-hari seperti ubin dapat diangkat menjadi suatu masalah matematika. Selain itu, para dosen juga memberikan masalah pemodelan lainnya seperti masalah tarif taksi, lamanya waktu siang di suatu negara, dan hubungan antara volume dan tinggi air pada bejana dengan beragam bentuk. Para dosen menugaskan untuk mencari sendiri pengertian pemodelan dengan mempelajari referensi dari internet, yang diberikan oleh dosen sendiri, dan masalah-masalah yang sebelumnya telah diberikan untuk selanjutnya dipresentasikan dan disosialisasikan dalam *workshop* RME yang dihadiri oleh guru matematika SMP dan SMA dari beberapa sekolah di Bandung.

Dari uraian pengakuan para peserta, memang pada umumnya mahasiswa belum mengetahui proses pemodelan dalam pembelajaran matematika. Namun setelah memahami makna dari pemodelan matematika ini mereka tertarik untuk mengambil topik penelitian skripsi dengan tema pemodelan yang dikaitkan dengan aspek-aspek yang mereka tertarik dengannya, misalkan Arie (2010) mengkaji *proses pemodelan matematika berpengaruh terhadap kemampuan penalaran adaptif*, Wulan(2010) mengkaji tentang *pengaruh pemodelan terhadap kompetensi strategik matematika siswa*, Ferry(2010) mengkaji tentang *pengaruh pemodelan terhadap kemampuan komunikasi siswa*, dan Femmy(2010) meneliti tentang *kemampuan pemecahan masalah matematika siswa akibat dari pembelajaran menggunakan pemodelan dalam matematika*.

Ketika mahasiswa yang tergabung dalam penelitian ini tiba pada penjelasan tentang

pemodelan tumpukan piring (pisin) (lihat Gambar 5), mahasiswa mencoba mencari hubungan antara banyak piring ( $n$ ) dengan tinggi tumpukan ( $t$ ), dan membangun rumus untuk sampai ke kaitan  $t(n) = 12 + 4n$ .

Kepada mahasiswa diminta untuk mencari pengaitan sebagai berikut:

T : 1 → 17

T : 2 → 21

T : 3 → 25

T : 4 → 29

T : 5 → 33

Rumus yang diperoleh bukan diberikan dari awal, namun mahasiswa diminta membangun pemahaman untuk mendapatkan rumus tersebut secara induktif. Misalkan bagaimana mendapatkan barisan 17, 21, 25, 29, 33 ...

Untuk proses pemodelan ini mahasiswa memiliki pengalaman sebagai berikut:

Kemudian kepada saya diberikan permasalahan lagi yang serupa dengan sebelumnya, yaitu mencari suatu aturan mengenai tinggi tumpukan piring yang terus ditumpuk satu per satu sampai  $n$  piring, dan saya pun menemukan aturan dengan cara yang sebelumnya telah dijelaskan oleh tim dosen. Kemudian tim dosen memberitahukan bahwa yang tadi saya kerjakan itu adalah suatu pembelajaran dengan pemodelan. Sehingga pada saat itu saya menyimpulkan bahwa pemodelan matematik itu adalah suatu proses pembelajaran matematik, di mana anak melakukan suatu aktivitas/ekperimen ataupun diberikan suatu permasalahan agar dapat menemukan sendiri konsep matematikanya berdasarkan pengalaman/ pengetahuan yang ada pada anak sebelumnya dan kemudian anak dibimbing ke matematika yang lebih formal.

Untuk melakukan percobaan yang disebutkan dalam materi grafik, kami menyediakan beberapa alat dan bahan seperti: bejana/gelas dengan berbagai ukuran dan bentuk, gelas ukur, penggaris, pewarna makanan, air, baskom kecil, lap/koran. Selanjutnya air berwarna dituangkan ke dalam gelas sedikit demi sedikit dengan volume tetap dan diukur ketinggiannya setiap kali penuangan. Hal ini dilakukan ke berbagai bentuk gelas. Data hasil percobaan tadi kemudian dibuat grafiknya. Sebelum melakukan percobaan, kami membuat asumsi terlebih dahulu mengenai bentuk grafik yang

akan terjadi pada berbagai bentuk gelas yang tersedia, untuk menghubungkan volume dengan ketinggian dari dasar gelas. Kemudian setelah percobaan dilakukan, dan hasil pencatatan dialihkan ke dalam tabel, kemudian grafik pun digambar. Kami (para mahasiswa) mengecek kembali kebenaran asumsi yang dibuat sebelumnya mengenai bentuk grafik apakah sesuai atau tidak. Bentuk grafik yang dihasilkan sangat beragam, ada yang berupa garis linear dan ada pula yang tidak linear. Grafik linear dihasilkan dari gelas yang bentuknya lurus seperti sebuah tabung, sedangkan yang selain itu, menghasilkan grafik yang tidak linear. Untuk yang grafiknya linear, bisa dicari dengan mudah persamaan garis dan (modelnya) dan ini dapat diterapkan di sekolah tingkat SMP misalkan untuk materi persamaan garis lurus. Percobaan yang saya dan teman-teman lakukan di atas, kemudian ditampilkan dalam suatu workshop yang dihadiri guru-guru SMP dan SMA, dengan pemateri dari tim dosen sendiri. Dari sana, kami (mahasiswa) menyimpulkan bahwa suatu pemodelan itu adalah suatu proses representasi dari suatu situasi (informal) ke dalam grafik, simbol-simbol, persamaan, atau algoritma matematik (matematika formal) dan sekarang pun pemahaman saya mengenai pemodelan meningkat. Selain itu saya juga mendapat lebih banyak contoh materi mengenai pemodelan matematika.

Berdasarkan hasil workshop maupun saat prosesnya, mahasiswa merasa pemodelan matematik ini sangat menarik untuk dipelajari lebih lanjut, karena membuat matematika menjadi menyenangkan dan lebih nyata dan membumi, apalagi setelah percobaan sendiri kami menjadi tahu aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari.

Setelah dikaji lebih dalam, pemodelan matematik ini sejalan dengan suatu pendekatan matematika yaitu *Realistic Mathematics Education* (RME). Dalam RME dijelaskan bahwa seharusnya dalam pembelajaran matematika, siswa diberi kesempatan untuk menemukan kembali ide atau konsep matematika dengan suatu aktivitas yang dilakukan sendiri oleh siswa dengan bimbingan dari orang dewasa/guru. Prinsip penemuan kembali (*guided*

*reinvention*) dapat dimulai dari prosedur pemecahan informal, sedangkan proses penemuan kembali menggunakan konsep matematisasi vertikal (matematika formal) (Suharta, 2004). Dalam proses pemodelan pun kepada siswa tidak begitu saja diberikan materi, tetapi hendaknya kita memberi kesempatan kepada siswa untuk menemukan sendiri konsep matematikanya.

Berdasarkan lima karakteristik RME, penggunaan konteks sebagai titik awal belajar matematika, seperti didominasi oleh masalah-masalah nyata, dalam pemodelan pun dimulai dari masalah nyata, misalnya dalam percobaan air yang telah dibahas sebelumnya. Kemudian karakteristik selanjutnya adalah pengembangan model-model, situasi, skema, simbol, dan pembelajaran yang konstruktif dan produktif. Dalam contoh pemodelan dengan percobaan air misalnya, setelah mendapatkan data hasil dari percobaan, kita dituntut agar dapat membuat grafik (pengembangan model) dan juga membuat suatu aturan/rumus/persamaan dari data yang menghasilkan grafik linear dan kita dapat menggunakan konsep barisan dan deret yang telah dipelajari oleh siswa sebelumnya untuk mendapatkan aturan/rumus/persamaan tersebut. Setelah itu, guru membimbing siswa menuju matematika formalnya seperti mengenalkan rumus umum persamaan garis lurus. Ini berarti pembelajaran yang dilakukan konstruktif dan produktif, selain itu ada keterkaitan dengan materi matematika lainnya yaitu dengan barisan dan deret, operasi aljabar, dan sebagainya.

Dari penjelasan di atas, mahasiswa ini mempunyai dugaan bahwa jika pemodelan matematik yang berdasarkan RME ini diterapkan, maka akan lebih meningkatkan pemahaman siswa terhadap konsep matematika, begitu pula dengan kemampuan representasinya, dan juga kemampuan memecahkan masalah matematik. Dengan kata lain dapat meningkatkan kemampuan kompetensi strategiknya. Berikut adalah hipotesis yang ia buat: "Kompetensi Strategik matematik siswa yang pembelajarannya menggunakan pemodelan berbasis RME lebih baik daripada kompetensi strategik matematik siswa yang pembelajarannya menggunakan cara biasa." Hipotesis yang ia buat tentu saja

harus diuji. Oleh karena itu, ia melakukan suatu penelitian untuk mengujinya dan sekaligus sebagai tugas dirinya dalam penulisan skripsi yang berjudul "Pembelajaran Matematika dengan Menggunakan Pemodelan Berbasis *Realistic Mathematics Education* (RME) untuk Meningkatkan Kompetensi Strategik Matematik Siswa."

Penelitian yang dilakukan Wulan (2010) tersebut dilakukan di SMPN 12 Bandung dan ia berkerjasama dengan salah satu guru matematika untuk melakukan penelitian dan menguji hipotesis di atas. Materi yang diambil adalah persamaan garis lurus dengan pemodelan yang digunakan adalah percobaan air yang telah ia bahas sebelumnya. Sebenarnya banyak pemodelan yang dapat digunakan sebagai bahan pembelajaran, terutama dalam materi persamaan garis lurus ini, hanya untuk memunculkan ide itu sendiri tidaklah mudah, atau mungkin dikarenakan pemahaman dirinya mengenai pemodelan itu sendiri masih kurang sehingga ia merasakan sulit menemukan suatu contoh pemodelan matematik.

Terdapat beberapa kendala saat siswa melakukan percobaan air ini, *pertama*, mungkin karena kelas besar sehingga saya tidak bisa mengontrol semua siswa, walaupun saya sudah berkerjasama dengan guru matematikanya, tetap saja masih ada siswa yang bermain-main dengan bahan-bahan percobaan, begitu pula dalam pengerjaan Lembar Kerja Siswa (LKS) tidak semua siswa dapat terbimbing. *Selanjutnya*, dalam percobaan air ini, walaupun sudah diperingatkan agar bekerja dengan rapi, tetap saja airnya berceceran kemana-mana, sehingga membuat meja kotor dan membutuhkan waktu untuk membersihkannya. Hal ini akan berpengaruh pada alokasi waktu yang ditetapkan sebelumnya. *Kemudian*, pembelajaran matematika dengan pemodelan ini membutuhkan banyak waktu/pertemuan, sedangkan materi SMP bisa dibilang banyak, malah saya lihat, tidak sedikit guru yang keteteran mengejar materi agar dapat diselesaikan tepat pada waktunya. Saat penelitian pun, kelas eksperimen sedikit tertinggal materinya dibanding kelas kontrol. Oleh karena itu, mungkin kita harus selektif

memilih materi mana yang lebih efektif diajarkan dengan pemodelan, karenanya harus diperbanyak lagi referensi tentang pemodelan. Di luar hal di atas, siswa terlihat antusias dan tertarik mengikuti pembelajaran dengan pemodelan ini.

Untuk mengatasi kendala di atas, yang pertama menurut saya untuk kelas besar, seperti khususnya di SMPN 12 Bandung memang tidak cukup satu atau dua guru saja, perlu adanya *team teaching* yang terdiri lebih dari tiga orang guru agar semua siswa dapat terkontrol dan dapat terbimbing, serta guru harus memiliki kemampuan penguasaan kelas yang baik, agar tercipta situasi belajar yang kondusif. Selanjutnya, untuk guru ataupun peneliti lain yang akan menggunakan percobaan air dalam pembelajarannya, agar tidak terjadi permasalahan seperti di atas, dapat mengganti air dengan pasir atau beras atau biji-bijian.

Pemodelan juga merupakan salah satu bagian penting dari sebuah pendekatan pembelajaran matematika yaitu *Realistic Mathematics Education (RME)*. Sehingga menurut pemahaman Femmy (2010), pemodelan berbasis *Realistic Mathematics Education (RME)* adalah pembentukan model-model matematika yang sesuai dengan kaidah-kaidah *Realistic Mathematics Education (RME)* untuk membantu dalam menggali dan memahami masalah yang sebenarnya. Setelah kegiatan workshop, saya semakin yakin dengan kesimpulan yang telah saya buat mengenai pemodelan. Karena dari pengalaman-pengalaman yang saya dapatkan selama kegiatan ini, pemodelan dilakukan untuk menyelesaikan masalah, baik di dalam maupun di luar bidang matematika.

Mahasiswa lain memahami pengertian pemodelan dan mengalami proses pemodelan sebagai berikut:

Dari pengamatan tersebut, dosen mulai mengenalkan apa itu pemodelan. Proses dari awal mengamati suatu fenomena atau peristiwa hingga diperoleh bentuk matematis seperti pada pengamatan di atas disebut dengan pemodelan. Kemudian tim dosen memberikan beberapa contoh lain mengenai pemodelan dan memberikan beberapa referensi mengenai pemodelan untuk dipelajari dalam rangka mempersiapkan workshop pembelajaran matematika melalui pemodelan

yang berbasis *Realistic Mathematics Education (RME)*. Dalam perjalanan mempersiapkan workshop, saya menjadi lebih memahami apa itu pemodelan dan bagaimana proses pemodelan dalam pembelajaran matematika.

Pemodelan yang berbasis *Realistic Mathematics Education (RME)* mengangkat permasalahan-permasalahan atau fenomena-fenomena yang ada di dunia nyata (*real world*) untuk dimodelkan atau direpresentasikan ke dalam bentuk representasi matematika.

Sebagai contoh, melambungnya bola ketika ditendang yang membentuk lintasan parabola. Peristiwa seperti ini mungkin sudah sering dilihat atau bahkan dialami oleh siswa. Tetapi tanpa disadari ternyata peristiwa tersebut dapat dikaitkan dengan materi fungsi kuadrat. Bagaimana cara mengaitkannya? Pertama-tama kita harus memodelkan peristiwa tersebut ke dalam bentuk representasi matematika, dapat berupa gambar. Jika diperlukan, guru dapat membuat media untuk memudahkan siswa memanipulasi atau bahkan mengalaminya langsung, misalnya dengan membuat miniatur untuk peristiwa tersebut. Kemudian dari model atau representasi yang telah dibuat, dicoba dikomunikasikan ke dalam bahasa atau simbol matematika dan dicari pola yang akan terbentuk.

Dalam proses pemodelan, diharapkan ada penemuan pola-pola yang kemudian akan mengarah pada suatu kesimpulan berupa konsep matematika. Proses matematisasi yang ada dalam pemodelan berbasis RME akan dapat menumbuhkan dan atau mengembangkan kemampuan-kemampuan matematika siswa. Karena ketika siswa diberikan atau dihadapkan dengan suatu permasalahan atau suatu peristiwa di dunia nyata untuk dimodelkan, berbagai kemampuan matematika dicoba digali untuk dikembangkan, seperti kemampuan komunikasi ketika merepresentasikan suatu masalah, kemampuan pemecahan masalah, kemampuan penalaran, dan kemampuan matematika lainnya. Oleh karena itu, saya mencoba menerapkan pembelajaran matematika melalui pemodelan berbasis RME ini untuk meningkatkan kemampuan

penalaran adaptif siswa. Diharapkan dengan pembelajaran matematika melalui pemodelan berbasis RME kemampuan penalaran adaptif siswa dapat meningkat atau lebih baik daripada pembelajaran matematika konvensional yang memfokuskan pembelajaran pada aktivitas guru.

Tantangan yang dihadapi oleh Femmy sebagai berikut:

Dalam pelaksanaannya, saya menemukan beberapa tantangan atau hambatan, yaitu:

- Sulitnya menentukan materi yang dapat diberikan kepada siswa melalui pemodelan. Hal ini menyebabkan saya agak sulit untuk mulai membuat masalah pemodelan.
- Sulitnya menyusun masalah pemodelan agar dapat memuat semua tahapan pemodelan sekaligus juga memuat indikator dari kemampuan pemecahan masalah.
- Masalah pemodelan masih belum familiar bagi siswa, sehingga dalam penerapannya di kelas, siswa banyak mengajukan pertanyaan. Hal ini menuntut saya untuk dapat membagi perhatian kepada seluruh kelompok siswa secara merata.
- Masalah pemodelan menuntut saya lebih aktif dan cepat dalam berpikir untuk memberikan pertanyaan yang mampu membimbing siswa (*guided reinvention*) memperoleh penyelesaian tanpa memberi tahu langsung.

Pemodelan merupakan salah satu hal yang sangat menarik untuk dikaji, dan tentunya akan sangat baik bila kita mampu menerapkannya dalam pembelajaran matematika di sekolah. Bila guru mampu menerapkan pembelajaran melalui pemodelan pada pembelajaran di kelas, belajar matematika akan lebih menarik bagi siswa. Namun dalam pelaksanaannya, sebaiknya guru mempersiapkan masalah pemodelan dengan sangat matang. Apakah masalah yang dibuat telah sesuai dengan kriteria pemodelan, apakah dalam pengerjaan masalah pemodelan ini telah sesuai dengan topik atau materi matematika yang akan dituju. Tentunya ini bukan merupakan suatu hal yang mudah, namun akan sangat menarik dilakukan. Selain itu, pembelajaran melalui pemodelan akan membutuhkan alokasi waktu yang lebih lama daripada pembelajaran biasa. Oleh karena itu, sebaiknya guru dapat memprediksi alokasi waktu dengan baik untuk menyelesaikan masalah pemodelan. Demikian dilaporkan oleh Femmy (2010) tentang kesulitan dan tantangan yang dihadapi ketika mendesain bahan ajar dengan pemodelan ini.

Untuk melihat bagaimana perkembangan kemampuan setiap peserta (mahasiswa) dalam mengembangkan model matematika berbasis realistik, tabel berikut ini menyajikan hubungan antara pertanyaan penelitian utama dengan topik, kegiatan, dan efek pembelajaran yang dilakukan oleh masing-masing mahasiswa dengan penekanan masing-masing.

Tabel 2 : Pertanyaan Penelitian dan Pelaksanaan Penelitian Mahasiswa

No	Pertanyaan Penelitian	SMP		SMA		Ket
		Fery	Wulan	Arie	Femmy	
1.	Apakah kemampuan pemodelan matematika siswa akan muncul dengan pembelajaran matematika berbasis RME? Kalau benar bagaimana proses pemodelan yang terjadi?	Kemampuan membuat model linear Tarif Bus hubungan antara volume dan tinggi air dalam bejana beragam bentuk	Memodelkan persamaan garis lurus dari percobaan air dalam bejana	Pemodelan kuadrat dengan membuat kandang tertentu yang luasnya maksimum	Pemodelan kuadrat untuk persamaan fungsi kuadrat	
2.	Apakah pemodelan matematika dapat meningkatkan kemampuan matematika siswa?	v komunikasi	v kompetensi strategik matematika	v penalaran adaptif	v pemecahan masalah	
3.	Apakah dengan pemodelan matematika menyebabkan siswa memberikan respon secara positif dan belajar secara aktif?	*	*	*	*	

*Keterangan:* v bermakna meningkatkan kemampuan \* memberikan respon positif terhadap pemodelan

Baik pemodelan yang dibuat Ferry, Wulan, Arie, maupun oleh Femmy memperlihatkan hasil yang positif, meskipun terdapat beberapa kendala dan tantangan yang dihadapi.

3. Kesadaran mahasiswa mengenai pemodelan dalam matematika mendorong mereka untuk melakukan penelitian skripsi dengan mendesain dan mengimplementasikannya di sekolah.

Hasil implementasi di sekolah memperlihatkan bahwa

## KESIMPULAN DAN SARAN

Dari penelitian pemodelan matematika yang dilakukan baik oleh Tim peneliti maupun oleh para mahasiswa yang tergabung dalam penelitian kolaboratif ini dapatlah disimpulkan sebagai berikut:

1. Pada mulanya para peserta (mahasiswa) tidak memahami apa yang dimaksudkan dengan pemodelan dalam matematika.
2. Tahap demi tahap kemampuan mengembangkan proses pembelajaran dengan pemodelan di SMP dan SMA dapat dikuasai mahasiswa. Mulai dari pertemuan singkat di halaman Jurusan Pendidikan Matematika dengan melihat pola-pola pada ubin bangunan JICA lantai 2, kemudian mengangkat polanya mengamati besaran-besaran yang dapat dibuat (dalam hal ini adalah besaran luas) kemudian menghubungkan bilangan nomor anggota pola dengan luas masing-masing anggota pola sehingga didapat aturan umum. Nah inilah yang selanjutnya membentuk suatu model.

- (a) Kelompok siswa SMP yang belajar matematika dengan pemodelan berbasis realistik lebih baik **kemampuan komunikasinya** dibandingkan dengan kelompok siswa yang belajar dengan cara konvensional (Fery Nugraha, inpress)
- (b) Kelompok siswa SMP yang belajar matematika dengan pemodelan berbasis realistik lebih baik **kompetensi strategik matematikanya** dibandingkan dengan siswa yang belajarnya menggunakan pendekatan konvensional (Wulan Nurul K., inpress).
- (c) Kelompok siswa SMA yang belajar matematika dengan menggunakan pemodelan matematika berbasis realistik **kemampuan penalaran adaptifnya** lebih baik daripada siswa yang belajar matematika menggunakan pendekatan konvensional (Arie Rahmawati, inpress).

- (d) Kelompok siswa SMA yang belajar matematika dengan pemodelan berbasis realistic lebih baik kemampuan **pemecahan masalahnya** dibandingkan dengan siswa yang belajar matematika dengan pendekatan konvensional (Femmy Diah Utami, inpress).
- (e) Umumnya siswa bersikap positif terhadap pembelajaran matematika menggunakan pemodelan berbasis realistik.
4. Untuk pengembangan profesionalisme guru dalam bidang matematika pemodelan matematika berbasis realistik sangat membantu mereka. Umumnya para guru merasa tertarik untuk membelajarkan siswa menggunakan pemodelan karena melalui penekatan ini bisa menemukan hal-hal baru yang tidak terduga (re-invention), dapat menyaksikan matematika dalam aktivitas manusia, serta dapat melihat matematika aplikasi.
  5. Untuk melihat tingkat ketertarikan mereka dalam pemodelan matematika, para peserta workshop menghendaki agar workshop ini dilaksanakan kembali dengan topik-topik matematika yang lain.
  6. Kemampuan siswa menerjemahkan situasi sehari-hari ke dalam model matematika dan sebaliknya membaca suatu model atau bentuk atau rumusan matematika ke dalam bahasa verbal merupakan kompetensi yang esensial untuk dapat dikuasai siswa. Dengan melakukan pemodelan berarti telah menjalankan amanat Depdiknas (2006) bahwa salah satu tujuan dalam pembelajaran matematika adalah agar siswa “mampu memecahkan masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh... dan mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau representasi lainnya untuk menjelaskan keadaan atau masalah...”. Karenanya kemampuan memodelkan matematika dan menerjemahkan suatu model matematika ke dalam bahasa yang dapat dipahami oleh siswa menjadi suatu tuntutan yang hendaknya merupakan kompetensi yang dimiliki siswa. Temuan-temuan dalam

penelitian ini memberikan dukungan terhadap gagasan ini.

Sejumlah rekomendasi yang dapat dibuat tim peneliti antara lain:

1. Dengan pemodelan matematika sebagai salah satu alternatif membelajarkan matematika siswa ternyata dapat meningkatkan kemampuan-kemampuan komunikasi, kemampuan penalaran adaptif, kemampuan strategic matematika, serta kemampuan pemecahan masalah, karenanya tidak ada salahnya bahwa pemodelan dijadikan salah satu strategi pembelajaran matematika baik di SMP ataupun di SMA
2. Untuk melakukan pengembangan profesi guru dalam pembelajaran matematika, nampaknya pemodelan matematika dapat dijadikan salah satu alternatif dalam meningkatkan kemampuan guru mengajar.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Anderson & Krathwohl (2001). *Revised Bloom Taxonomy*.
- Crawford, K. & Adler, J. (1996). Teachers as researchers in mathematics education. In Alan J. Bishop et al. (eds.). *International Handbook of Mathematics Education*. 2, 1187-1206. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academics Publishers.
- Crawford, K. & Adler, J. (1996). Teachers as researchers in mathematics education. In Alan J. Bishop et al. (eds.). *International Handbook of Mathematics Education*. 2, 1187-1206. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academics Publishers.
- Creswell, J. W. (1994). *Research Design. Qualitative & Quantitative Approaches* London: Sage Publications
- De Lange (1996). *Looking through the TIMSS-Mirror from a Teaching Angle*. Freudenthal Institute. Utrecht.
- De Lange, J. (1995). *No Change without Problem*. In T.A. Romberg (Ed.) *Reform in School Mathematics and*



- Authentic Assessment. Albany: State University of New York Press.
- De Lange, J. (1996). *Using and Applying Mathematics in Education*. In A.J. Bishop et al. (Eds.) *International Handbook of Mathematics Education*. Hal 49-97. Kluwer, Academic Publisher. The Netherlands.
- Denzin (1994). Triangulation in educational research. In Husen, T., & Postlethwaite, T.N. (Eds.) *International Encyclopaedia of Education (2nd ed.)*, (6461-6466). Stockholm & Hamburg: Pergamon.
- Depdiknas (2006). *Kerangka dasar dan struktur kurikulum Tingkat sekolah dasar dan Madrasah Ibtidaiyah*. Jakarta: Media Pustaka.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co.
- Gravemeijer, K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Freudenthal Institute, Utrecht CD-  $\beta$  Press. The Netherlands.
- Gravemeijer, K. (1994). *Educational Development and developmental Research in Mathematics education*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(5), 443-471.
- Indonesia (2005). *Peraturan Pemerintah Republik Indonesia No 19 Tahun 2005 Tentang Standar Pendidikan Nasional*
- Indonesia (2005). *Undang-Undang RI No 14 Tahun 2005 Tentang Guru dan Dosen*
- Kolb, D.A. (1984). *Experimental Learning*. Prentice Hall, Englewood Cliffs: NJ.22
- Krathwohl, D. R. (1998). *Method of educational and social science research. An integrated approach*. Longman: New York..
- Kunimune, S. (2000). *Towards the Development of Studies on Mathematics Education*. *Journal of Japan Society of Mathematical Education*, Vol.82, No.10 pp.18-19.
- Lewin, K (1951) *Field theory in Social Sciences*. Hamper and Row, New York.
- Loucks-Horsley, Hewson, Love, dan Stiles (1998). *Designing Professional Development for Teachers of Science and Mathematics*. Corwin Press: California.
- Manan A.A. (1998). *Langkah-langkah strategis ke arah pemecahan masalah peningkatan mutu SLTP*. *Kajian Dikbud* No. 014, September, 1998, hal 21-34.
- Mullis, I.V.S. et. al. (1999). *TIMSS 1999 International mathematics report*. USA: International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: USA.
- Shizumi, S.(2000). Mathematics education in elementary schools: Viewing from the change of objective. In *Journal of Japan Society of Mathematical Education, LXXXII (7 & 8)*, 115-125, Special Issues: Mathematics Education in Japan during the Fifty-five Years since War: Looking towards the 21<sup>st</sup> Century.
- Sowder, J.T., Phillip, R.A., Armstrong, B.E. & Schapelle, B.P. (1998). *Middle grade teacher's mathematical knowledge and its relationship to instruction: A research monograph*. SUNY Serries, Reform in mathematics education, Ithaca NY: State University of New York Press.
- Stevenson, H.W. (1998). Mathematics achievement first in the world by the Year 2000? In Williams M. Evers (Ed.). *What's gone wrong in America's classrooms*, (pp. 137-154). Stanford, California: Hoover Institution Press, Stanford University.
- Stevenson, H.W. (1998). Mathematics achievement first in the world by the Year 2000? In Williams M. Evers (Ed.). *What's gone wrong in America's classrooms*, (pp. 137-154). Stanford,

- California: Hoover Institution Press, Stanford University.
- Stigler, J. dan Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.
- TIMSS-R. (1999). *Mathematics and science achievement of eighth graders in 1999*. . In the International Comparison in Education, Trends in International Mathematics and Sciences Studies. [http://nces.ed.gov/timss/results99\\_1.asp](http://nces.ed.gov/timss/results99_1.asp) (accessed November, 24, 2006).
- Turmudi & Dasari, D. (2001). *Peningkatan kemampuan pemahaman konsep matematika bagi siswa SLTP melalui pendekatan realistic*. Grant Research Report, Bandung: Indonesian University of Education, FPMIPA
- Turmudi & Sabandar, J. (2002). *Kerjasama mahasiswa calon guru dan guru bidang studi dalam mengembangkan desain pembelajaran matematika realistic di SMP Negeri Kota Bandung*. Grant Research Report, Bandung: Indonesian University of Education, FPMIPA.
- Turmudi (2003). *Kenkyu Happyokai suatu upaya pengembangan profesi guru matematika di Jepang*. Proceeding Seminar Nasional Matematika: Universitas Pajajaran, Bandung. 18 Januari 2003.
- Turmudi. (2003). *Model buku pelajaran matematika sekolah menengah pertama: Panduan pengembangan*. Jakarta: Pusat Perbukuan, Departement Pendidikan National.
- Verschaffel, L., Greer, B. & de Corte, E. (2002). Everyday Knowledge and Mathematical Modeling of School Word Problems. Dalam Koeno Gravemeijer, Richard Lehler, Bert van Oers dan Lieven Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, Modeling and Tool use in Mathematics Education*.(halaman 257-276). Kluwer Academic Publishers: Dordrecht.