PENGEMBANGAN INSTRUMEN TES KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA

Sufyani Prabawanto
Universitas Pendidikan Indonesia
e-mail: *sufyani@upi.edu*

Abstrak

Pemecahan masalah matematis adalah bagian yang tidak terpisahkan dari proses pembelajaran matematika. Kajian ini bertujuan untuk mengembangkan istrumen tes kemampuan pemecahan masalah matematis siswa. Dengan demikian, kajian ini diawali dengan pengungkapan variabel-variabel yang terlibat dalam pemecahan masalah matematis dan selanjutnya pengembangan isntrumen tes untuk mengukur kemampuan pemecahan masalah matematis siswa. Pengembangan istrumen ini didasarkan pada sebuah kerangka kerja yang terdiri dari empat domain, yaitu *resources*, *heuristic*, *control*, dan *belief system.* Hasil kajian ini adalah: (1) penalaran, pengambilan keputusan, berpikir kritis, dan berpikir kreatif merupakan bagian yang tidak terpisahkan dari pemecahan masalah matematis; (2) pemecahan masalah matemaatis dapat ditinjau berdasarkan strukturnya, berdasarkan banyaknya langkah esensial yang diperlukan untuk mencapai solusi, berdasarkan orientasinya, dan berdasarkan penyajiannya.

Kata kunci: instrumen tes, pemecahan masalah matematis

Abstract

Mathematical problem solving is an inseparable part of the process of learning mathematics. This study aims to develop test instruments for students' mathematical problem solving abilities. Thus, this study begins with the disclosure of the variables involved in solving mathematical problems and then developing test instruments to measure students' mathematical problem solving abilities. The development of this instrument is based on a framework consisting of four domains, namely resources, heuristics, control, and belief systems. The results of this study are: (1) reasoning, decision making, critical thinking, and creative thinking are an inseparable part of mathematical problem solving; (2) solving the problem of the congregation can be reviewed based on its structure, based on the number of essential steps needed to reach a solution, based on its orientation, and based on its presentation.

Keywords: test instruments, mathematical problem solving

PENDAHULUAN

Alasan utama keberadaan seorang matematisi adalah untuk menyelesaikan masalah (Halmos, 1980). Hal yang sama diungkap oleh Schoenfeld (1985) juga telah membuat pernyataan yang sejenis, tetapi intinya jelas, aktivitas matematis menempatkan pemecahan masalah sebagai pusatnya. Untuk itu, sekolah telah diminta untuk menampilkan pemecahan masalah matematis sebagai bagian yang tidak terpisahkan dalam proses pembelajaran matematika (NCTM, 2000; Depdiknas, 2006). Meskipun demikian, praktik yang terjadi di kelas masih cenderung menampilkan prosedur-prosedur penyelesaian, mengerjakan beberapa contoh dari depan kelas, dan kemudian memberikan latihan kepada siswa untuk mengikuti cara-cara seperti yang telah ditampilkan guru di depan kelas.

Riset tentang pemecahan masalah telah memperoleh banyak perhatian sejak 1970-an. Awalnya, penelitian bersifat kuantitatif dengan tujuan untuk mengidentifikasi karakteristik masalah-masalah sulit, karakteristik siswa (*problem solver*) yang sukses, dan menginvestigasi metode latihan menggunakan *heuristic* pemecahan masalah (Lester, 1983). Hasil observasi Kantowski (1977) menginformasikan bahwa awalnya penelitian pemecahan masalah berfokus pada hasil pemecahan masalah siswa, kemudian ia membuat penelitian untuk lebih memahami *proses* pemecahan masalah matematis. Kantowski mengimplementasikan suatu desain pretest-posttest dengan suatu fase *heuristic intermediate* dari pembelajaran berbasis pada Polya (1973). Beberapa temuan Kantowski (1977) adalah, pertama, penggunaan *heuristic* mempengaruhi peningkatan dari pretes ke postes. Kedua, terdapat korelasi antara penggunaan *heuristic* dan keberhasilan siswa dalam pemecahan masalah.

Kerangka kerja yang digunakan oleh para peneliti pada saat itu, misalnya Kantowski, saat ini dipandang cukup sempit (Santos-Trigo, 2007). Para ahli, khususnya Alan Schoenfeld, bekerja memperbaiki hal ini pada 1980-an. Schoenfeld (1985) mengembangkan suatu kerangka kerja teoritik yang dapat digunakan untuk menginvestigasi pemecahan masalah matematis. Kerangka kerja ini terdiri dari empat domain untuk menginvestigasi performa pemecahan masalah matematis. Kerangka kerja ini adalah:

1. *Resources*. (Pengetahuan matematis yang relevan yang telah dimiliki siswa, misalnya fakta, algoritma, dan pemahaman).
2. *Heuristic*. (Strategi dan teknik untuk menyelesaikan masalah yang tidak familiar, misalnya membuat gambar, mengenalkan notasi yang cocok, eksplorasi masalah sejenis, merumuskan kembali).
3. *Control*. (Keputusan global dengan memperhatikan pemilihan dan penggunaan sumber-sumber dan *heuristic*, misalnya perencanaan, monitoring, dan tindakan metakognitif)
4. *Belief System*. (Pandangan matematis dari individu yang menentukan tindakannya, misalnya

kesadaran atau ketidaksadaran individu terhadap matematika).

Schoenfeld (1985) menyatakan bahwa dalam banyak kasus sumber-sumber dianggap menjadi penentu utama pada keberhasilan dalam pemecahan masalah; hal ini berarti , jika materi matematika yang menjadi prasarat untuk suatu masalah diketahui, maka masalahnya harus dapat diselesaikan. Shoenfeld tampaknya tidak mengamankan kekurangvalidan anggapan ini. Sebagai contoh, matematisi yang mempunyai kekuatan *heuristic* dan kontrol yag kuat tampaknya mampu menyelesaikan masalah meskipun meskipun beberapa sumbernya lemah., dan siswa yang mempunyai sumber-sumber cukup dapat tidak mampu menyelesaikan suatu masalah karena sistem *belief*-nya tidak memungkinkan koneksi ini dibuat. Perspektif Shoenfeld ini dapat dimanfaatkan oleh pihak yang masih menerapkan pembelajaran tradisional dengan tidak memasukkan pemecahan masalah karena hanya memberi siswa dengan sumber-sumber matematika dalam bentuk lembaran-lembaran isian yang tidak cukup membekali siswa menghadapi situasi-situasi baru dan berpikir matematis.

Bagaimana dengan peran pengetahuan fakta dasar matematis dan prosedur? Resnick (1988) memberikan jawaban sebagian dari pertanyaan ini. Dia meneliti siswa-siswa kelas lima, selama sesi soal-soal cerita ia menemukan bahwa ketidakkokohan pengetahuan matematik siswa menghentikan kesuksesan dalam pemecahan masalah. Dengan demikian, sumber-sumber pengetahuan matematika merupakan syarat perlu, meskipun belum cukup, untuk keberhasilan dalam pemecahan masalah.

Selanjutnya, Resnick menemukan bahwa ada yang lebih halus untuk pembelajaran *heuristic* dari pada yang disarankan melalui *Polya's actual writing*. Sebagai contoh, Riset Resnick (1988) mengimplikasikan bahwa pengajuan pertanyaan sejenis Polya sering kali terlalu umum untuk membantu bagi siswa. Pengajuan pertanyaan oleh guru seperti “Akankah ini membantu untuk menggambar diagram?” Pengajuan pertanyaan ini tidak membantu siswa ketika mereka tidak mengetahui diagram apa yang harus digambar.

Beberapa kurikulum matematika sekolah yang dikembangkan menekankan pemecahan masalah sebagai suatu kunci utama dari *doing and learning mathematics* (Coxford, dkk, 1997; Lappan, Fey, Friel, Fitzgerald, & Phillips, 1995). Sejak 1990-an, evaluasi-evaluaasi tentang efektivitas dan hasil kurikulum itu dikumpulkan oleh Senk dan Thompson (2003). Secara keseluruhan, temuan-temuannya mendukung kurikulum yang berfokus pada pemecahan masalah. Jika dibandingkan dengan meteri-materi tradisional, pemecahan masalah lebih memberikan peningkatan keberhasilan siswa dengan tugas-tugas *non-trivial,* interpretasi terhadap representasi matematik, dan pemahaman konsep, serta tidak menutup kemungkinan performa pada ketrampilan dasar. Meskipun demikian, pemecahan masalah bukan satu-satunya yang istimewa pada kurikulum ini, kurikulum juga mendukung aspek penalaran, konteks dunia nyata, dan pembelajaran berpusat pada siswa.

Uraian di atas menunjukkan bahwa keterlibatan dalam pemecahan masalah dapat menguntungkan bagi belajar matematika siswa dan bahwa memberikan siswa dengan fakta-fakta dan prosedur-prosedur ternyata tidak cukup untuk menghasilkan siswa yang mampu dalam pemecahan masalah. Penelitian seperti ini bukan satu-satunya dasar untuk melakukan justifikasi (pembenaran) tentang pemecahan masalah dimasukkan di dalam dokumen-dokumen kebijakan. Ada juga argumen-argumen filosofis penting yang dibuat tentang pemecahan masalah di dalam pendidikan matematika.

Terdapat suatu argumen tentang pemecahan masalah yang berbasis pada konsep matematika sebagai "*dinamic, problem-driven*" (Ernest dalam Thomson, 1992, h. 132). Dari perspektif ini, Ernest menyatakan mathematika adalah suatu proses pengajuan (*posing*), penghalusan (*refining*), dan penyelesaian masalah (*solving problems*), tidak hanya sekedar suatu kumpulan produk yang diselesaikan.

John Dewey memberikan dorongan untuk pemecahan masalah. Meskipun Dewey tidak merujuk secara eksplisit untuk pemecahan masalah, gagasan *reflective thinking*-nya telah dipandang sebagai sinonim dengan pemecahan masalah (Static & Kilpatrick, 1988). Dewey merasa bahwa sebuah kemampuan untuk berpikir reflektif mampu yang membuat seseorang terbuka pikirannya, hatinya, dan bertanggung jawab adalah lebih penting dari pada ketrampilan prosedural atau pengetahuan fakta-fakta spesifik. Lebih dari pada itu, ketrampilan dan teknik adalah dapat dibangun oleh siswa sendiri ketika mereka belajar dengan pemahaman.

Alasan akhir perlunya pemecahan masalah di dalam matematika sekolah dikaitkan dengan koneksi antara kurikulum sekolah dan kehidupan siswa setelah sekolah. Lesh dan Zawojewski (2007) mencatat saat ini, "*there is a growing recogniotion that a serious mismatch exists (and is growing) between the low-level skills emphasized in test-driven curriculum materials and the kind of understanding and abilities that are needed for success beyond school"* (h. 764). Di sisi lain, pemecahan masalah mendorong munculnya kreativitas, fleksibilitas, dan berpikir metakognitif yang dikerjakan sesuai dengan kebutuhan-kebutuhan profesional dan kebutuhan dalam kehidupan sehari-hari. Dengan kata lain, dengan belajar pemecahan masalah, siswa mempunyai kesempatan lebih banyak dalam menyiapkan diri untuk menghadapi berbagai aspek kehidupannya setelah menyelesaikan sekolah.

Kajian ini akan mengungkap variabel-variabel yang terlibat dalam pemecahan masalah matematis dan mengembangkan isntrumen tes untuk mengukur kemampuan pemecahan masalah matematis siswa. Utuk itu, pertanyaan yang diajukan dalam kajian ini adalah:

1. Variabel-variabel apa saja yang terlibat dalam pemecahan masalah matematis?
2. Bagaimana mengembangkan isntrumen tes untuk mengukur kemampuan pemecahan masalah matematis?

Pengertian Masalah Matematis

Sebagaimana diungkapkan di muka, pembelajaran matematika sudah selayaknya menempatkan pemecahan masalah sebagai pusatnya. Sebelum membahas lebih kauh tentang pemecahan masalah matematis ini, perlu untuk mengklarifikasi terlebih dahulu apa yang dimaksud dengan istilah “masalah”. Para ahli maupun para guru matematika masih belum sepakat tentang makna istilah “masalah”. Sebagai contoh, Polya (1973) membedakan antara *authentic problems* dan *routine problems*. *Routine problem* didefinisikan sebagai suatu tugas yang dapat selesesaikan dengan cara mensubtitusikan data tertentu ke dalam penyelesaian umum yang dihasilkan sebelumnya, atau dengan mengikuti langkah-demi langkah, tanpa menelusur originalitas masalahnya. Sebaliknya, *authentic problem* adalah suatu tugas di mana metode solusinya tidak diketahui sebelumnya (NCTM, 2000).

Hal serupa dikemukakan oleh Gilfeather & Regato (1999) membagi masalah menjadi dua jenis, yaitu masalah rutin dan masalah tidak rutin. Dari pembagian jenis masalah ini, secara implisit, baik Polya maupun Gilfeather dan Regato memberikan pemahaman bahwa masalah adalah sesuatu yang harus dicari penyelesaiaannya, dengan mengabaikan faktor kendala, yaitu cara penyelesaiannya belum diketahui.

Sebuah masalah terjadi ketika seseorang berhadapan dengan sebuah situasi yang harus diselesaikan tetapi ia tidak tahu cara untuk mentransformasikan situasi itu menuju tujuan yang diinginkannya. Dalam sebuah monograph, *On Problem Solving*, seorang Gestaltist, Karl Duncker mendefinisikan,

> "*A problem arises when a living creature has a goal but does not know how this goal is to be reached. Whenever one cannot go from the given situation to the desired situation simply by action, then there has to be recourse to thinking. Such thinking has the task of devising some action, which may mediate between the existing and desired situations"* (Robertson, 2005, h. 2).

NCTM (2000) menyatakan bahwa suatu masalah sebagai "*a task for which the solution method is not known in advance"* (h. 52). Menurut Kantowski (1977), seseorang dihadapkan dengan suatu masalah ketika ia menghadapi suatu pertanyaan dan ia tidak dapat menjawabnya atau suatu situasi di mana ia tidak mampu menyelesaikan dengan dengan segera menggunakan pengetahuannya (*using the knowledge immediately available)* yang ada padanya. Kantowski juga membedakan antara masalah (*problem*) dan latihan (*exercise*). Jika di dalam "masalah" algoritma yang siswa punyai tidak serta-merta dapat digunakan atau bahkan algoritmanya tidak tersedia, maka dalam "latihan" algoritma yang ada pada siswa dapat digunakan secara langsung untuk menyelesaikan soal itu.

Mervis (Hoosen, 2001) mendefinisikan sebuah masalah sebagai "*a question or condition that is difficult to deal with and has not been solved*" (h. 2). Sementara itu, Lester (Hoosen, 2001) menyatakan "*A problem is a situation in which an individual or group is called upon to perform a task for which there is no readily accessible algorithm which determines completely the method of solution*" h. 2.

Buchanan (1987) mendefinisikan masalah matematis sebagai masalah "tidak rutin" yang memerlukan lebih dari prosedur-prosedur yang telah siap (*ready-to-hand procedures*) atau algoritma-algoritma dalam proses solusinya. Menurut Blum and Niss (1991), "*a problem is a situation which has certain open questions that "challenge somebody intellectually who is not in immediate possession of direct methods/procedures/ algorithms, etc. sufficient to answer the question*" (h. 37). Dengan demikian, sebuah masalah adalah relatif terhadap individu yang terlibat; hal ini berarti bahwa satu masalah bagi seseorang mungkin menjadi sebuah latihan bagi orang lain. Sebagai contoh, 3 + 4 mungkin sebuah masalah bagi anak pra-sekolah tetapi tidak bagi siswa SMP.

Dalam *Becoming a better problem solver 1* (Ohio Department of Education, 1980) dinyatakan bahwa suatu masalah matematis mempunyai empat elemen, yaitu (1) situasi yang melibatkan suatu pernyataan awal (*initial state*) dan pernyataan tujuan (*goal state*), (2) situasinya harus melibatkan matematika, (3) seorang harus menghendaki suatu solusi, dan (4) ada beberapa rintangan (*blockage*) antara pernyataan yang diberikan dan pernyataan yang diinginkannya (*the given and desired states*). Definisi ini mempunyai suatu komponen afektif (kehendak untuk menemukan suatu solusi) yang tidak terdapat pada definisi-definisi sebelumnya.

Kilpatrick (Kulm, 1984) mendefinisikan suatu masalah sebagai "*a situation in which a goal is to be attained and a direct route to the goal is blocked*" (h. 2). Dalam cara yang sama, Mayer (2009) menyatakan bahwa suatu masalah terjadi ketika seseorang dihadapkan dengan suatu "*given state*" dan orang itu ingin mencapai suatu "*goal state*". Ketiga definisi di atas merujuk pada pernyataan awal (*initial state*) dan pernyataan tujuan (*goal state*) dalam suatu situasi masalah (*problem situation*).

Esensi dari definisi-definisi tentang masalah (beberapa ahli lain memberi istilah masalah tidak rutin) di atas adalah bahwa sebuah masalah merupakan tugas (*task*) atau pengalaman yang dihadapi oleh individu untuk kali pertama dan, dengan demikian, tidak ada prosedur yang siap untuk menanganinya. Individu itu harus merancang sendiri metode solusinya yang menggambarkan berbagai ketrampilan, pengetahuan, strategi, dan lain-lain, yang telah pernah dipelajarinya. Dengan demikian, hal yang membuat suatu itu masalah atau bukan masalah tergantung pada pengetahuan orang yang menghadapinya karena tugas yang sama dapat merupakan bukan masalah bagi seseorang dan merupakan masalah bagi orang lain.

Sebagai contoh, soal berikut adalah mungkin merupakan masalah bagi kebanyakan siswa SMP. Jika suatu enceng gondok menutupi suatu danau dua kali lipat dalam 24 jam, dan semua bagian danau itu tertutupi dalam 60 hari, berapa lama enceng gondok itu menutupi setengah danau itu? Masalah seperti ini merupakan jenis masalah yang disebutnya sebagai *insight problem* karena siswa (*problem solver*) dituntut untuk mampu menemukan suatu metode solusinya.

Pemecahan masalah rutin menekankan pada penggunaan prosedur atau algoritma yang telah diketahui untuk menyelesaikannya. Masalah rutin dengan satu, dua, atau banyak langkah penyelesaian dapat secara mudah dinilai dengan menggunakan *paper and pencil* *test*, khususnya yang berfokus pada penggunaan algoritma. Mungkin karena itulah masalah rutin banyak dimanfaatkan oleh para guru. Apa yang siswa lakukan dalam proses bekerja menuju suatu penyelesaian suatu tugas matematis sudah semestinya merujuk pada pemecahan masalah, yang menekankan proses yang terlibat, tidak sekedar pada jawab akhirnya. Dari perspektif ini banyak soal cerita rutin (*routine word problem*) yang muncul dalam buku-buku text bukan dirancang sebagai masalah matematis. Soal-soal itu hanya sebagai latihan-latihan (*exercises*).

Mayer & Wittrock (2006) menyatakan, "*problem solving is cognitive processing directed at achieving a goal when no solution method is obvious to the problem solver"* h.287. Definisi ini memuat empat kata kunci, yaitu: (1) kognitif, artinya, pemecahan masalah terjadi di dalam sistem kognitif seseorang dan hanya dapat disimpulkan dari tingkah laku orang itu, (2) proses, artinya pemecahan masalah meliputi penggunaan proses kognitif untuk mempersepsi dan merepresentasi masalah itu dalam sistem kognitif seseorang, (3) diarahkan, artinya, pemecahan masalah diarahkan oleh tujuan yang ditetapkan, dan (4) personal, artinya, pemecahan masalah tergantung pada pengetahuan dan ketrampilan seseorang. Secara umum, pemecahan masalah adalah proses kognitif tentang tranformasi suatu kondisi yang harus dipecahkan seseorang dan orang yang menghadapiny itua tidak serta merta menyadari ada suatu metode penyelesaiannya.

Pemecahan masalah menekankan pada penggunaan *heuristic*. *Heuristic* adalah suatu strategi untuk memperoleh solusi suatu masalah. Strategi ini bersifat umum sehingga belum menjamin ditemukannya solusi suatu masalah. Beberapa contoh *heuristic* dalam pemecahan masalah matematis diantaranya adalah menemukan pola, membuat tabel, membangun model, menggunakan gambar, menyederhanakan masalah, dan bekerja mundur (*working backwards*).

Pengembangan Instrumen Tes

Pengembangan kemampuan pemecahan masalah matematis merupakan suatu proses kumulatif yang tergantung pada pengalaman belajar siswa (*learning experience*) tentang pemecahan masalah matematis. Kilpatrick (Kulm, 1984) mengungkap bahwa kemampuan pemecahan masalah matematis siswa dipengaruhi oleh tiga variabel utama. Ketiga variabel utama itu adalah variabel subyek, variabel tugas, dan variabel situasi. Dalam setiap kegiatan pemecahan masalah matematis, ketiga variabel utama itu tidak berdiri sendiri secara terpisah, tetapi ketiganya terlibat secara interaktif dan sangat menentukan berhasil tidaknya siswa dalam pemecahan masalah matematis.

Variabel-variabel subyek (*subject variables*) adalah variabel-variabel yang mendeskripsikan atau mengukur atribut-atribut spesifik dari subyeknya, dalam hal ini siswa. Kilpatrick (Kulm, 1984) mengklasifikasikan variabel-variabel subyek ini menurut kemudahan dimodifikasikannya atau dimanipulasikannya. Variabel-variabel subyek yang tidak terbuka atau sukar untuk dimodifikasi adalah variabel-variabel *organismic*. Contoh untuk variabel-variabel *organismic* adalah usia, jenis kelamin, status sosial-ekonomi, dan lokasi tempat tinggal. Kilpatrick mencatat bahwa kecuali variabel jenis kelamin, hanya sedikit studi mempertimbangkan variabel *organismic* yang lain dibandingkan dengan mendeskripsikan sampel.

Variabel-variabel sifat (*trait variables*) merupakan variabel-variabel subyek yang dapat dimodifikasi melalui proses, seperti pembelajaran. Contoh untuk variabel-variabel sifat adalah gaya kognitif (*cognitif style*), sikap, persistensi, ingatan matematis (*mathematical memory*), atau kemampuan estimasi solusi suatu masalah matematis. Akhirnya, variabel-variabel sejarah pembelajaran (*instructional history variables*) merupakan variabel-variabel yang mendeskripsikan sekolah, topik matematis yang dipelajari, atau pembelajaran pemecahan masalah yang diterima oleh subyek. Beberapa variabel ini lebih terbuka untuk dimanipulasi dari pada yang lainnya.

Kilpatrick mengingatkan bahwa kegagalan mempertimbangkan variabel-variabel ini dalam menyeleksi kelompok eksperimen dapat menjadi bagian yang bertanggung jawab pada lemahnya perbedaan-perbedaan yang ditemukan antara metode-metode pembelajaran. Keberhasilan atau kegagalan siswa dalam pemecahan masalah ditentukan pula oleh *mental set. Mental set* adalah kecenderungan untuk menyelesaikan masalah-masalah tertentu dalam cara yang tetap (*fixed*) berdasarkan pada situasi sebelumnya untuk masalah yang sejenis. Misalnya seorang siswa SMP dihadapkan dengan soal, "Jika suatu enceng gondok menutupi suatu danau dua kali lipat dalam 24 jam, dan semua bagian danau itu tertutupi pada hari ke-60, pada hari ke berapa enceng gondok itu menutupi setengah danau itu?" Siswa tersebut mungkin akan gagal memeroleh jawabannya karena ia selalu berpikir "bekerja maju" dalam memecahkan masalah.

Dalam istilah yang sangat umum, variabel situasi mendiskripsikan lingkungan fisis, psikologis, atau sosial pada saat terjadi pemecahan masalah. Beberapa variabel situasi dapat muncul bersamaan dengan variabel tugas tertentu, yang disebut oleh Kilpatrick (Kulm, 1984) sebagai variabel-variabel format. Lingkungan fisik dapat meliputi tipe ruang (ruang kelas, laboratorium, luar rang kelas, dll.), sifat ruang (nyaman, merangsang, familiar, dll.), dan ketersedian sumber-sumber (kalkulator, alat ukur, benda-benda manipulatif, dll.). Penataan psikis meliputi segala sesuatu yang mendiskripsikan tujuan dari suatu kejadian (test, pembelajaran, latihan, dll.), tipe prosedur (evaluatif, preskriptif, disgnostis, dll.), dan sifat lingkungan belajar (tipe atau banyaknya umpan balik, kualitas, atau kantitas interaksi).

Variabel-variabel situasi ini sangat berkaitan dengan motivasi subyek dalam memecahkan suatu masalah (Kulm, 1984). Lingkungan sosial, meskipun tidak secara eksplisit didiskusikan oleh Kilpatrick (Kulm, 1984), tetapi tampaknya cocok masuk dalam ketegori variabel-variabel situasi. Lingkungan sosial ini mendiskripsikan kelompok (ukuran, tujuan, tipe, dll.) atau hubungan antara subyek dan peneliti (kepribadian, familiaritas, dll).

Variabel-veriabel situasi tidak menekankan pada diskripsi tugas atau subyek, tetapi diluar keduanya. Kilpatrick (Kulm, 1985) mencatat bahwa meskipun variabel situasi ini seringkali hanya memperoleh perhatian sedikit dari peneliti, tetapi mungkin dapat memberikan efek yang tidak terduga oleh peneliti pada tampilan (*performace*) pemecahan masalah. Pentingnya variabel situasi dalam pemecahan masalah dikemukakan oleh Nunokawa (2002) "*his understanding of the situation supported his generation of subgoals, and those subgoals influenced his understanding positively or negatively*" (h.1).

Pemecahan masalah berhubungan dengan istilah-istilah lain seperti berpikir (*thinking*), penalaran (*reasoning*), pembuatan keputusan (*decision making*), berpikir kritis (*critical thinking*), dan berpikir kreatif (*creative thinking*) (Mayer & Wittrock, 2006). Berpikir merujuk pada proses kognitif siswa (*problem solver*). Ditinjau dari sifatnya, berpikir meliputi berpikir langsung (*directed thinking*) yang merupakan pemecahan masalah dan berpikir tidak langsung (*undirected thinking*), seperti melamun (*daydreaming*). Dengan demikian, berpikir merupakan aktivitas yang lebih luas dari pemecahan masalah dan pemecahan masalah merupakan bagian dari berpikir, yaitu berpikir langsung.

Penalaran, pengambilan keputusan, berpikir kritis, dan berpikir kreatif adalah himpunan (*subset*) bagian dari pemecahan masalah (Mayer & Wittrock, 2006). Penalaran merujuk pada pemecahan masalah dengan tugas spesifik menarik suatu konklusi dari premis-premis dengan menggunakan aturan-aturan logis berdasarkan pada deduksi atau induksi.

Sebagai contoh, jika siswa mengetahui bahwa semua bangun yang mempunyai empat buah sisi adalah segiempat dan semua persegi mempunyai empat buah sisi, maka dengan deduksi siswa dapat menyimpulkan bahwa semua persegi adalah segiempat. Jika siswa diberikan barisan bilangan 2, 4, 6, 8, kemudian dengan induksi ia dapat menyimpulkan bahwa bilangan berikutnya adalah 10.

Pengambilan keputusan merujuk pada pemecahan masalah dengan tugas spesifik yang tujuannya memilih satu dari dua atau lebih alternatif berdasarkan beberapa kriteria. Sebagai contoh, sebuah tugas pengambilan keputusan adalah memutuskan apakah seseorang lebih memilih memperoleh uang dengan pasti sebesar Rp. 1.000,00 atau berpeluang 1% memperoleh uang Rp. 100.000,00. Dengan demikian, penalaran dan pengambilan keputusan bagian pemecahan masalah yang ditandai dengan tugas-tugas spesifiknya.

Berpikir kreatif dan berpikir kritis merujuk pada aspek-aspek spesifik dari pemecahan masalah. Berpikir kreatif meliputi membangun alternatif yang sesuai dengan kriteria untuk mencapai suatu solusi, sedangkan berpikir kritis meliputi evaluasi sebaikmana beragam alternatif itu sesuai dengan kriteria, seperti menentukan jawaban yang mana yang terbaik untuk suatu masalah. Sebagai contoh, dalam sitiasi pemecahan masalah sain, berpikir kreatif meliputi membangun suatu hipotesis dan berpikir kritis meliputi menguji hipotesis itu. Berpikir kreatif dan berpikir kritis dapat tercakup dalam penelaran dan pengambilan keputusan (Mayer & Wittrock, 2006).

Berdasarkan strukturnya, masalah dapat dibedakan dalam dua jenis: (1) masalah terdefinisi secara sempurna (*well-defined*) atau masalah tertutup, dan (2) masalah terdefinisi secara lemah (*ill-defined*) atau masalah terbuka (Schraw, Dunkle, & Bendixen, 1995; Mayer & Wittrock, 2006). Masalah tertutup adalah masalah yang tersajikan dalam bentuk "*well-structured*" yang terformulasikan secara jelas (*clearly formulated tasks*). Di dalam masalah jenis ini, terdapat satu jawaban benar dan dapat dipecahkan dengan suatu cara tertentu (*fixed ways*). Jenis masalah ini meliputi masalah dengan *content specific routine multiple-step* dan masalah berbasis *non-routine heuristic*.

Masalah *routine content-specific multiple-step*, juga dikenal sebagai "*challenge problems*". *Challenge problems* ini dalam diterapkan dalam pembelajaran untuk pemecahan masalah (*teaching for problem solving*) dengan tujuan utama memecahkan masalah-masalah pada topic tertentu. Tipe *challenge problems* ini digunakan untuk menilai suatu kemampuan siswa yang disebut *higher order analytical thinking skills* (Yee, 2002). Sedangkan *non-*

routine closed problems dapat dimanfaatkan untuk ketrampilan berpikir dan *heuristic* dan dapat pula digunakan dalam pembelajaran tentang pemecahan masalah (*teaching about problem solving)* (Yee, 2002). Pembelajaran ini menekankan pada penggunaan strategi *heuristic* seperti *use guess and check, working systematically, try simpler cases, tabulate data,* dan *look for a pattern.*

Sebuah masalah terbuka atau masalah yang terdefinisi secara lemah (*ill-defined problem*) ditandai dengan adanya suatu pernyataan masalah, formulasi masalah, pernyataan tujuan, dan/atau operasi-operasinya kurang terspesifikasi secara jelas. Apa yang membuat suatu masalah termasuk terdefinisi secara jelas atau terdefinisi secara lemah tergantung pada karakteristik masalahnya. Masalah terbuka ini sering kali berupa masalah terbuka pendek (*short open-ended problems*). Masalah berbentuk seperti ini dapat digunakan dalam pembelajaran matematika melalui pemecahan masalah yang menekankan belajar konsep dan ketrampilan matematis. Caroll (1999) menemukan bahwa masalah *short open-ended* dapat digunakan untuk memeriksa secara cepat tentang pemahaman konsep dan berpikir siswa. Situasi open-ended ini memungkinkan siswa untuk menunjukkan apa yang mereka ketahui dan juga memungkinkan guru untuk memperoleh lebih banyak informasi tentang bagaimana siswanya memecahkan masalah matematis. Siswa menggunakan pengetahuan pengukuran yang diperolehnya, mereka menggunakan berbagai strategi “pembagian” dan model-model yang berbeda dan notasi skema untuk mendukung proses berpikirnya.

Tingkat kompleksitas suatu masalah matematis sangat tergantung pada kompleksitas pengetahuan dan keterampilan siswa yang dituntut untuk menyelesaikan masalah itu. Florida Department of Education (2008) membagi kompleksitas masalah matematis menjadi 3 kategori, yaitu: (1) masalah dengan kompleksitas rendah (*low complexity*), (2) masalah dengan kompleksitas sedang (*moderate complexity*), dan (3) masalah dengan kompleksitas tinggi (*high complexity*). Kompleksitas suatu masalah matematis sangat tergantung pada pengetahuan dan keterampilan siswa yang diperlukan untuk merespon atau menyelesaikan masalah itu.

Masalah dengan kompleksitas rendah banyak menekankan pada aspek mengingat tentang konsep dan prinsip yang sudah dipelajari siswa. Masalah ini secara umum ditandai dengan tuntutan kepada siswa untuk melaksanakan beberapa prosedur mekanis dan tidak memunculkan metode atau solusi original dari siswa. Keterampilan yang diperlukan untuk merespon masalah dengan kompleksitas rendah ini menurut Florida Department of Education (2008, h. 3) adalah:

- *solving a one-step problem;*
- *computing a sum, difference, product, or quotient;*
- *evaluating a variable expression, given specific values for the variables;*
- *recognizing or constructing an equivalent representation;*
- *recalling or recognizing a fact, term, or property;*
- *retrieving information from a graph, table, or figure;*
- *identifying appropriate units or tools for common measurements; or*
- *performing a single-unit conversion.*

Masalah dengan komplesitas sedang menuntut berpikir lebih fleksibel dari pada masalah dengan kompleksitas rendah. Masalah dengan kompleksitas sedang ini menuntut suatu respon di luar kebiasaan siswa (*beyond the habitual*) dan biasanya mempunyai lebih dari satu langkah untuk sampai pada solusinya. Siswa dituntut untuk memutuskan apa yang dikerjakan dengan menggunakan metode penalaran informal, strategi pemecahan masalah, dan menggunakan keterampilan dan pengetahuan dari berbagai domain. Ketrampilan yang diperlukan untuk merespon masalah dengan kompleksitas sedang ini menurut Florida Department of Education (2008, h. 3) adalah:

- *solving a problem requiring multiple operations;*
- *solving a problem involving spatial visualization and/or reasoning;*
- *selecting and/or using different representations, depending on situation and purpose;*
- *retrieving information from a graph, table, or figure and using it to solve a problem;*
- *determining a reasonable estimate;*
- *extending an algebraic or geometric pattern;*
- *providing a justification for steps in a solution process;*
- *comparing figures or statements;*
- *representing a situation mathematically in more than one way; or*
- *formulating a routine problem, given data and conditions.*

Masalah dengan komplesitas tinggi sangat menuntut berpikir siswa. Siswa harus melibatkan penggunaan penalaran yang lebih abstrak, perencanaan, analisis, dan berpikir kreatif. Keterampilan yang diperlukan untuk merespon masalah dengan kompleksitas tinggi ini menurut Florida Department of Education (2008, h. 3) adalah:

- *performing a procedure having multiple steps and multiple decision points;*
- *solving a non-routine problem (as determined by grade-level appropriateness);*
- *solving a problem in more than one way;*
- *describing how different representations can be used for different purposes;*
- *generalizing an algebraic or geometric pattern;*
- *explaining and justifying a solution to a problem;*
- *describing, comparing, and contrasting solution methods;*
- *providing a mathematical justification;*
- *analyzing similarities and differences between procedures and concepts;*
- *formulating an original problem, given a situation;*
- *formulating a mathematical model for a complex situation; or*
- *analyzing or producing a deductive argument.*

Jika dikaitkan dengan definisi masalah yang telah dibahas pada bagian terdahulu maka tampak bahwa ketiga jenis "masalah matematis" menurut Florida Department of Education itu tidak semuanya termasuk masalah matematis. Berdasarkan pengertian masalah, yang termasuk masalah matematis adalah masalah dengan kompleksitas sedang dan tinggi. Sedangkan masalah dengan kompleksitas rendah adalah bukan masalah matematis, melainkan merupakan latihan (*exercise*).

OECD (2009) memaparkan faktor-faktor penyokong tingkat kesulitan item tes dan kemahiran matematis (*mathematical profeciency*) yang ditampilkan dalam PISA. Faktor-faktor itu meliputi: (1) interpretasi, (2) refleksi, (3) representasi, (4) keterampilan matematis, dan (5) argumentasi matematis yang diperlukan untuk mencapai suatu solusi. Interpretasi dan refleksi diperlukan untuk menyelesaikan suatu item tes berkaitan dengan konteks masalah yang tersajikan. Melalui interpretasi dan refleksi, siswa dapat menentukan apakah konteks masalah yang dihadapinya itu masih perlu dibangun konstruksi matematisnya ataukah konstruksi matematisnya sudah tersedia.

Jenis kegiatan representasi diperlukan untuk menyelesaikan suatu item tes dapat berupa membangun satu model representasi atau mengganti dari satu model representasi ke model represntasi lainnya. Sedangkan jenis dan tingkat ketrampilan matematis yang diperlukan untuk menyelesaikan suatu item tes ini dapat berupa keterampilan matematis sederhana atau keterampilan matematis yang melibatkan lebih banyak pengetahuan matematis tinggi, seperti pemecahan masalah. Jenis ketrampilan matematis pertama biasanya berkenaan dengan "*single-step problems*", dan jenis ketrampilan matematis ke dua biasanya berkenaan dengan "*multi-step problems*" (OECD, 2009).

Berdasarkan strategi yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah matematis, Polya (Billstein, Libeskind,& Lott, 1993, h. 3) mengidentifikasi beberapa jenis strategi, yaitu,

(1) Look for a pattern.
(2) Examine related problems and determine if the same tecknique can be applied.
(3) Examine a simpler or special case of teh problem to gain insignt into the solution of the original problem.
(4) Make a table.
(5) Make a diagram.
(6) Write an equation.
(7) Use guess and check.
(8) Work backward.
(9) Indentify a subgoal.

Akhirnya, jenis dan tingkat masalah berdasarkan pada argumentasi matematis yang diperlukan untuk menyelesaikannya adalah masalah tanpa diperlukan argumen; masalah yang menerapkan argumen yang telah dikenal siswa dengan baik; dan masalah di mana siswa harus membangun sendiri argumen matematisnya, atau memeriksa argumen yang diberikan atau membuktikan.

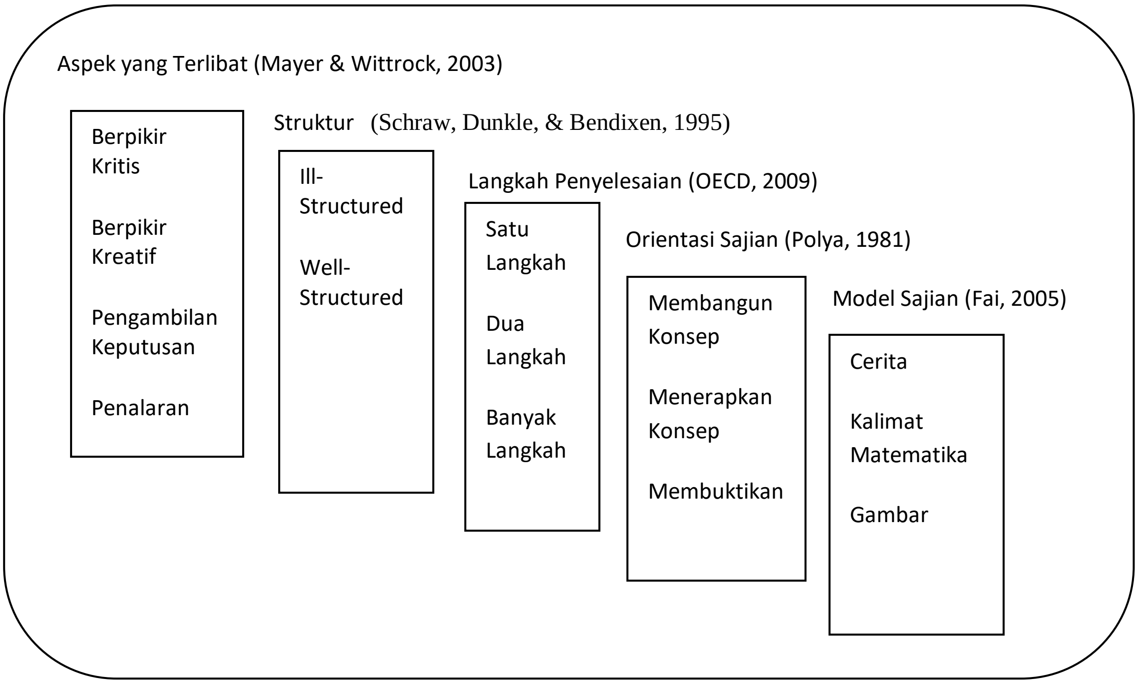
Polya (1981) mengidentifikasi dua kategori masalah, yaitu (1) masalah-masalah untuk menemukan dan (2) masalah-masalah untuk membuktikan. Blum dan Niss (1991) juga mengidentifikasi dua macam masalah matematis, yaitu (1) masalah-masalah matematis yang mana situasi dan pertanyaannya berkaitan dengan dunia nyata (di luar matematika) dan (2) masalah-masalah murni matematis (*pure mathematical problems*) yang melekat secara keseluruhan dalam matematika. Sedangkan Fai (2005) membagi masalah ke dalam empat tipe, yaitu *closed-routine, closed non-routine, open-ended with goals known and open-ended investigations/projects*. Selanjutnya, NCTM (2000) secara implisit menyatakan bahwa masalah matematis dapat muncul dalam konteks matemtika dan di luar konteks matematika.

Vondracek & Pittman (2006) menyatakan bahwa terdapat tiga tipe masalah matematis, yaitu prosedural, konseptual, dan aplikasi. Masalah procedural menuntut siswa untuk: (1) memilih dan menerapkan operasi-operasi atau prosedur-prosedur yang benar, (2) memodifikasi prosedur-prosedur jika diperlukan, (3) membaca dan menginterpretasi grafik, charta, dan table, (4) mengistimasi dan mengurutkan bilangan, dan (5) menggunakan formula-formula. Contoh masalah procedural, "Sebuah perusahaan jasa penggiriman barang akan memasukkan 3.144 printer dalam beberapa box. Setiap box diisi 12 buah printer. Berapa banyak box diperlukan oleh perusahaan itu?"

Masalah konseptual menuntut siswa untuk: (1) memahami konsep dasar matematis, (2) mengidentifikasi dan menerapkan konsep-konsep dan prinsip-prinsip matematika, (3) membandingkan dan mengintegrasikan konsep-konsep dan prinsip-prinsip, (4) menginterpretasikan dan menerapkan symbol dan istilah-istilah dalam matematis (*mathematical terms)*, dan (5) mendemonstrasikan pemahaman tentang hubungan antara bilangan-bilangan, konsep-konsep, dan prinsip-prinsip. Contoh masalah konseptual, "Seorang sales (penjual) sepatu menerima gaji mingguan Rp. 225.000,- setiap minggu ditambah Rp. 3.000,- untuk setiap pasang sepatu yang terjual. Jika ia memperoleh total pendapatan Rp. 336.000,- dalam satu minggu, berapa pasang sepatu yang terjual?"

Masalah penerapan tidak rutin menuntut siswa untuk: (1) mengidentifikasi tipe masalah yang ditampilkan, (2) memutuskan apakah terdapat informasi yang cukup, (3) memilih hanya informasi yang perlu, (4) menerapkan strategi pemecahan masalah yang tepat, dan (6) menentukan apakah jawabannya masuk akal. Contoh masalah penerapan/tidak rutin, "Amir bekerja memasang kancing di perusahaan konfeksi. Ia memasang kancing untuk 27 baju setiap jam. Ia memulai bekerja jam 9.00 dan istirahat jam 12.00 selama 45 menit. Pada jam berapa Amir selesai memasang kancing untuk 135 baju?"

Keadaan ini dapat disajikan secara ringkas sebagai kategori-kategori pengkodean terbuka, sebagaimana tersaji dalam gambar 1 berikut ini.



Gambar 1
Kategori-Kategori Terbuka pada Pengembangan Instrumen Pemecahan Masalah Matematis

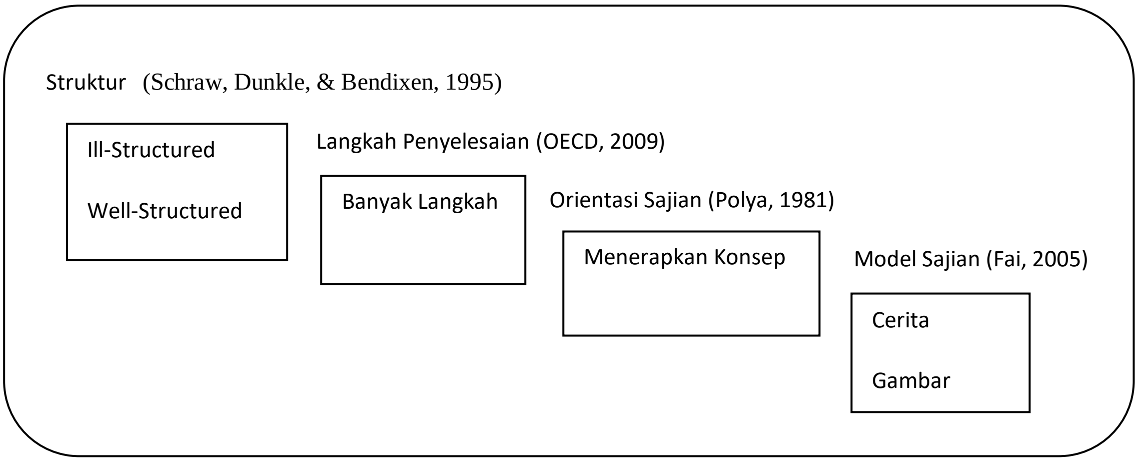
Sebagaimana diungkap pada bagian terdahulu, kemampuan penalaran, pengambilan keputusan, berpikir kritik, dan berpikir kreatif merupakan bagian yang tidak terpisahkan dari kegiatan pemecahan masalah matematik siswa, artinya, keempat aspek kemampuan matematis itu secara serentak, tidak dapat dipilih salah satu atau beberapa dari padanya, harus dimasukkan sebagai aspek-aspek yang dilibatkan dalam tugas pemecahan masalah matematik siswa. Dengan demikian, rancangan tugas pemecahan masalah matematis yang disiapkan dalam penelitian ini harus melibatkan keempat aspek kemampuan matematis itu.

Fokus studi ini mengembangkan instrumen tes pemecahan masalah matematis siswa Sekolah Menengah Pertama. Untuk itu, masalah tertutup maupun masalah relevan untuk mengungkap aspek yang menekankan kemampuan berpikir kritis dan berpikir kreatif. Masalah tertutup berarti masalah matematis itu mempunyai jawaban tunggal meskipun siswa mungkin mempunyai banyak cara untuk memperoleh jawaban itu. Alasan pemilihan jenis masalah ini adalah untuk memberi peluang kepada siswa untuk melakukan eksplorasi secara luas dalam dalam memastikan bahwa jawaban yang diperolehnya itu benar, dengan menerapkan cara lain untuk menyelesaikan masalah itu. Sedangkan masalah terbuka sangat tepat untuk mengembangkan kemampuan berpikir kreatif siswa karena masalah terbuka bersifat divergen di mana satu masalah yang diajukan mempunyai banyak jawaban. Alasan pemilihan jenis masalah ini karena masalah dengan sruktur ini pada umumnya lebih menantang dan menuntut kemampuan kognitif yang lebih komplek karena tingkat kesulitannya lebih tinggi dari pada masalah berstruktur tertutup.

Pada umumnya, tingkat kesulitan masalah matematis ditentukan pula oleh banyak langkah esensial yang diperlukan. Dengan mempertimbangkan level siswa yang akan menghadapi masalah matematis ini adalah siswa Sekolah Menengah Pertama, maka instrumen tes yang dikembangkan untuk mengungkap kemampuan pemecahan masalah matematis ini dibatasi pada masalah yang memerlukan dua atau tiga langkah esensial.

Selanjutnya, Studi yang akan dilakukan melalui instrumen tes ini lebih bersifat mengungkap kemampuan pemecahan masalah matematis, bukan berorientasi membangun kemampuan matematis. Untuk itu, masalah yang diajukan berorientasi pada penerapan konsep, bukan membangun konsep. Sedangkan masalah yang berkaitan dengan tugas membuktikan tidak dikembangkan dalam penyusunan instrumen tes ini dengan pertimbangkan bahwa pembuktian ini memerlukan kemampuan deduksi dan akurasi yang tinggi, sementara level kognitif siswa Sekolah Menengah Pertama pada umumnya belum mencapai pada kemampuan deduksi dan akurasi itu. Akhirnya, model penyajian masalah yang dipilih dalam studi ini meliputi dua bentuk penyajian, yaitu bentuk cerita dan bentuk gambar. Bentuk kalimat matematika sengaja tidak dijadikan bentuk tersendiri dalam penyajian tugas matematik karena bentuk ini dapat ditempatkan dalam kedua bentuk lainnya.

Dengan demikian, keadaan ini dapat disajikan secara ringkas sebagai kategori-kategori axial sebagaimana tersaji dalam gambar 2 berikut ini.



Gambar 2
Kategori-Kategori Axial pada Pengembangan Instrumen Masalah Matematis

Dari gambar 2 tampak bahwa terdapat 8 variasi/ jenis soal dapat dikembangkan untuk mengungkap kemampuan pemecahan masalah matematis siswa Sekolah Menengah Pertama. Variasi masalah matematis ini dituangkan dalam bentuk kisi-kisi soal tentang masalah matematis, sebagaimana tersaji dalam tabel 1 berikut.

Tabel 1
Kisi-Kisi Soal tentang Masalah Matematis

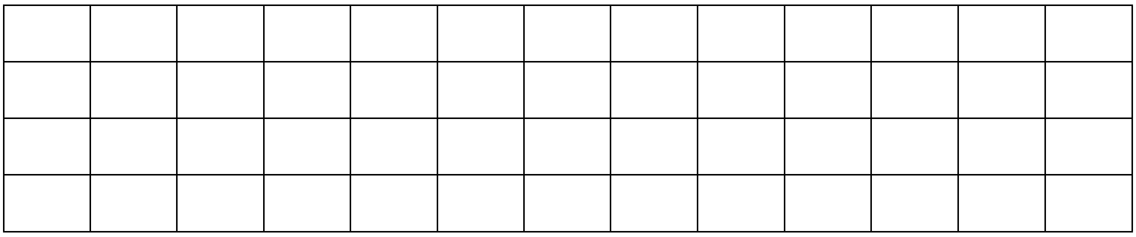
No	Stuktur Masalah	Model Penyajian	Nomor Soal
1	Tertutup	Bentuk Cerita	1, 2, 3, 4, 5, 6
2	Terbuka	Bentuk Cerita	7, 8, 9, 10, 11, 12
3	Tertutup	Bentuk Gambar	13, 14, 15, 16, 17, 18
4	Terbuka	Bentuk Gambar	19, 20, 21, 22, 24, 24

Butir-Butir Soal Masalah Matematis Siswa Sekolah Menengah Pertama

1. **Memotong Kertas**

   Selembar kertas berbentuk persegipanjang berukuran 13 cm x 4 cm kita potong menjadi beberapa kertas kecil yang sama, masing-masing berbentuk persegi berukuran 3 cm x 3 cm. Jika ada kertas hasil pemotongan itu yang tidak berukuran 3 cm x 3 cm kita buang, berapa lembar kertas kecil itu paling banyak yang dapat kita buat?

Jawaban Soal no. 2 (Memotong Kertas)



Dari gambar tampak bahwa banyak kertas kecil paling banyak yang dapat dibuat adalah 4 buah.

Analisis Soal.

Struktur masalah : Tertutup

Model Penyejian : Soal cerita

Strategi Penyelesaian : Membuat gambar

Langkah penyelesaian: 2 langkah

2. **Enceng Gondok**

Jika suatu enceng gondok menutupi suatu danau dua kali lipat dalam 1 hari dan pada hari ke-60 semua bagian danau itu tertutupi enceng gondok, pada hari ke berapa seperempat bagian danau itu tertutupi enceng gondok?

Jawaban Soal no. 2 (Enceng Gondok)

Pada hari ke-60: Semua bagian danau tertutupi enceng gondok.

Pada hari ke-59: ½ bagian danau tertutupi enceng gondok.

Pada hari ke-58: ¼ bagian danau tertutupi enceng gondok.

Analisis Soal.

Struktur masalah : Tertutup

Model Penyejian : Soal cerita

Strategi Penyelesaian : Bekerja mundur

Langkah penyelesaian: 2 langkah

3. **Usia Tiga Wanita**

Rata-rata usia tiga orang wanita adalah 26 tahun. Usia mereka tidak lebih dari 30 tahun. Berapa usia terrendah yang mungkin dari wanita-wanita itu?

Jawaban Soal no. 3 (Usia Tiga Wanita)

Usia terrendah dari seorang wanita yang mungkin terjadi jika dua wanita lainnya berusia 30 tahun.

(2 x 30 + n) : 3 = 26

20 + 1/3 n = 26

1/3 n = 6

n = 18

Cara lain, dengan membuat tabel.

Analisis Soal.

Struktur masalah : Tertutup

Model Penyejian : Soal cerita

Strategi Penyelesaian : Persamaan atau tabel

Langkah penyelesaian: 2 langkah

4. **Mencangkul Sawah**

Pak Amir mempunyai sebidang sebidang sawah. Ia ingin sawah ini dicangkul untuk persiapan ditanami padi. Jika sawah itu dicangkul oleh pak Amir sendiri maka menghabiskan waktu 6 hari, tetapi jika sawah itu dicangkul oleh Agus (anak pak Amir) maka menghabiskan waktu 3 hari. Berapa hari yang diperlukan jika sawah itu dicangkul oleh pak Amir dan Agus bersama-sama?

Jawaban Soal no. 4 (Mencangkul Sawah)

Pak Amir: 6 hari = 1 bagian sawah. Jadi 1 hari = 1/6 bagian sawah.

Agus: 3 hari = 1 bagian sawah. Jadi 1 hari = 1/3 bagian sawah.

Pak Amir dan Agus: 1 hari = 1/6 + 1/3 = ½ bagian sawah.

1 bagian sawah = 2 hari.

Jadi jika sawah itu dicangkul oleh pak Amir dan Agus maka perlu waktu 2 hari.

Analisis Soal.

Struktur masalah : Tertutup

Model Penyejian : Soal cerita

Strategi Penyelesaian : Membuat persamaan

Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih

5. **Menggunakan Komputer**

Sekelompok siswa akan menggunakan beberapa komputer di laboratorium komputer. Jika setiap komputer digunakan oleh dua orang maka ada tiga siswa yang tidak mendapat komputer. Jika setiap komputer digunakan oleh tiga orang maka ada tiga komputer yang tidak terpakai. Berapa banyak siswa dan berapa unit komputer yang tersedia di laboratorium itu?

Jawaban Soal no. 5 (Menggunakan Komputer)

a. Banyak Komputer (n) Banyak Siswa (s)

1 2 x 1 + 3

2 2 x 2 + 3

3

2 x 3 + 3

n

2 x n + 3

b. Banyak Komputer (n) Banyak Siswa (s)

4 = 1 + 3

3

5 = 2 + 3

3 x 2

6 = 3 + 3

3 x 3

n = (n – 3) + 3

3 x (n – 3)

Dari a dan b diperoleh,

s = 2n + 3 dan s = 3n – 9

0 = n -12, atau n = 12. Akibatnya s = 27

Jadi banyak komputer adalah 12 unit dan banyak siswa adalah 27 orang.

Analisis Soal.

Struktur masalah : Tertutup

Model Penyejian : Soal cerita

Strategi Penyelesaian : Membuat tabel, mencari pola dan persamaan

Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih

6. Nomor Mobil

Nomor-nomor mobil di suatu negara selalu berupa bilangan 4 angka. Selain itu, jumlah keempat angka tersebut harus habis dibagi 5. Berapakah nomor terbesar yang diperbolehkan di negara itu?

Jawaban Soal no. 6 (Nomor Mobil)

Misal nomor itu ABCD

A + B + C + D = 5k, k adalah bilangan cacah.

Nomor terbesar diperoleh dari:

a. Tiga digit pertama berisi 999. Jadi A = B = C = 9.
b. Satu digit terakhir adalah D. 9 + 9 + 9 + D = 27 + D habis dibagi 5. Pilihannya nya D = 3 atau 8
   Pilih D = 8 (karena terbesar)
   27 + 8 = 35 habis dibagi 5.

Jadi nomornya adalah 9998.

Analisis Soal.

Struktur masalah : Tertutup

Model Penyejian : Soal cerita.

Strategi Penyelesaian : Persamaan, keterbagian oleh 5.

Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih.

7. Balok Kecil di dalam Kotak

Sebuah kotak dengan ukuran bagian dalamnya 50 cm x 70 cm x 75 cm.

Terdapat balok-balok kecil masing-masing berukuran 15 cm x 20 cm x 12,5 cm dimasukkan ke dalam kotak itu. Berapa balok kecil paling banyak dapat dimasukkan ke dalam kotak itu?

Jawaban Soal no. 6 (Balok Kecil di dalam Kotak)

Ukuran bagian dalam kotak: 50 cm x 70 cm x 75 cm

1 balok kecil berukuran: 15 cm x 20 cm x 12,5 cm

2 balok kecil berukuran: 30 cm x 40 cm x 25 cm

3 balok kecil berukuran: 45 cm x 60 cm x 37,5 cm

4 balok kecil berukuran: 60 cm x 80 cm x 50 cm (gagal)

Analisis Soal.

Struktur masalah : Terbuka

Model Penyejian : Soal cerita

Strategi Penyelesaian : Gess and check

Langkah penyelesaian: 2 langkah

8. Akuarium dan Balok Kayu

Sebuah akuarium berbentuk balok (kotak) dengan luas alas 400 cm^2 diisi air setinggi 25 cm. Sebuah balok besi dimasukkan ke dalam akuarium itu dan ketinggian air naik menjadi 30 cm. Jika ukuran luas alas dan tinggi balok besi merupakan bilangan asli, berapa tinggi balok besi itu?

Jawaban Soal no. 13 (Akuarium dan Balok Kayu)

Volume air mula-mula: 400 x 25 = 10.000 cm^3

Volume air dan balok besi: 400 x 30 = 12.000 cm^3

Volume balok besi: 2.000 cm^3

Tinggi balok besi (t) = Volume balok besi (2000) : Luas alas balok besi (L)

L	T
400	5
250	8
200	10
125	16
100	20
80	25

t = 2000/L

Jika L = 400 maka t = 5

Jika L = 250 maka t = 8

Jika L = 200 maka t = 10

Jika L = 125 maka t = 16

Jika L = 100 maka t = 20

Jika L = 80 maka t = 25

Analisis Soal.

Struktur masalah : Terbuka

Model Penyejian : Soal cerita

Strategi Penyelesaian : Persamaan, tabel

Langkah penyelesaian: 2 langkah

9. **Mencari Hari**

Suatu bulan mempunyai lima hari minggu. Hari minggu tanggal genap lebih banyak dari hari minggu tanggal ganjil. Tanggal genap manakah yang jatuh pada hari minggu itu?

Jawaban Soal no. 9 (Mencari Hari)

Tanggal-tanggal yang jatuh pada hari minggu dan tiga diantaranya jatuh pada tanggal genap: 1, 8, 15, 22, 29 (Salah karena banyak genap < banyak ganjil)

2, 9, **16**, 23, **30** (benar)

Jadi tanggal itu adalah 2, 16, dan 30.

Analisis Soal.

Struktur masalah : Terbuka

Model Penyejian : Soal cerita

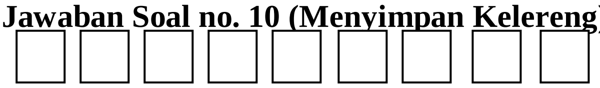
Strategi Penyelesaian : Tebak dan periksa

Langkah penyelesaian: 2 langkah.

10. **Menyimpan Kelereng**

Amir menyimpan kelereng dalam 9 dus masing-masing sama banyak. Jika Amir mengambil semua kelereng dari 6 dus dan didistribusikan/dibagikan sama banyak ke setiap dus lainnya maka isi dus-dus itu bertambah tidak lebih dari 10 kelereng. Berapa banyak kelereng Amir?

Jawaban Soal no. 10 (Menyimpan Kelereng)



1 **2** **3** **4** **5** **6** 7 8 9

Misal: Banyak kelereng setiap dus mula-mula n butir

Pertambahan kelereng dalam tiga dus lainnya masing-masing m butir.

$9 n = 3 n + (3 x m)$, $9 n = 3 n + 3m$, $6 n = 3m$, $m = 2n$

N	M
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

- Jika banyak kelereng setiap dus mula-mula 1 butir maka pertambahan kelereng dalam tiga dus lainnya 2 butir.
- Jika banyak kelereng setiap dus mula-mula 2 butir maka pertambahan kelereng dalam tiga dus lainnya 4 butir.
- Jika banyak kelereng setiap dus mula-mula 3 butir maka pertambahan kelereng dalam tiga dus lainnya 6 butir.
- Jika banyak kelereng setiap dus mula-mula 4 butir maka pertambahan kelereng dalam tiga dus lainnya 8 butir.
- Jika banyak kelereng setiap dus mula-mula 5 butir maka pertambahan kelereng dalam tiga dus lainnya 10 butir.

Analisis Soal.

Struktur masalah : Terbuka

Model Penyejian : Soal cerita

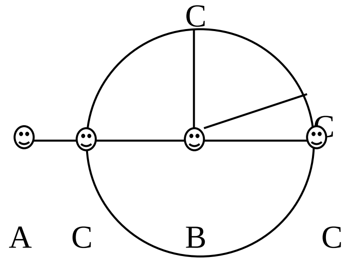
Strategi Penyelesaian : Gambar, persamaan, tabel.

Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih

11. Bermain di Lapangan

Ahmad, Budi, dan Candra bermain di sebuah lapangan. Jarak antara Ahmad dan Budi 4 m, sedangkan jarak antara Budi dan Candra 3 m. Berapa jarak antara Ahmad dan Candra?

Jawaban Soal no. 11 (Bermain di Lapangan)



- Jarak antara Ahmad dan Candra adalah 1 m jika A, B, dan C segaris; dan C antara A dan B.
- Jarak antara Ahmad dan Candra adalah 7 m jika A, B, dan C segaris; dan B antara A dan C.
- Jarak antara Ahmad dan Candra adalah 5 m jika BC tegak lurus terhadap AB.
- dll

Analisis Soal.

Struktur masalah : Terbuka

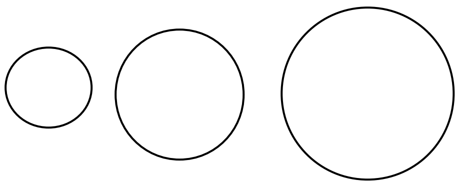
Model Penyajian : Soal Cerita

Strategi Penyelesaian : Membuat gambar

Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih

12. Menyusun Koin

Kamu diminta untuk menyusun suatu himpunan koin-koin baru. Semua koin berbentuk lingkaran, tetapi diameternya berdeda.



Peneliti telah menemukan sistem koin yang ideal, adalah sebagai berikut:

1) Diameter koin-koin itu tidak kurang dari 15 mm dan tidak lebih dari 45 mm.
2) Jika diberikan sebuah koin, maka diameter koin selanjutnya harus paling sedikit 30% lebih besar.
3) Mesin pembuat koin hanya dapat memproduksi koin-koin dengan diameternya merupakan bilangan asli dalam milimeter (contoh: 17 mm dapat diproduksi, tetapi

17,3 mm tidak dapat diproduksi)

Jika kamu diminta menyusun himpunan koin-koin yang memenuhi syarat-syarat di atas, berapakah diameter koin-koin di dalam himpunan kamu itu?

Jawaban Soal no. 12 (Menyusun Koin)

Susunan 1:

Koin 1 berdiameter 15 mm

15 + (0,3 x 15) = 19,5

Koin 2 berdiameter 20 mm

20 + (0,3 x 20) = 26

Koin 3 berdiameter 26 mm

26 + (0,3 x 26) = 33,8

Koin 4 berdiameter 34 mm

34 + (0,3 x 34) = 44,2

Koin 5 berdiameter 45

Jadi susunan 1 adalah koin berdiameter 15 mm, 20 mm, 26 mm, 34 mm, dan 45 mm.

Susunan 2:

Koin 1 berdiameter 16 mm

16 + (0,3 x 16) = 20,8

Koin 2 berdiameter 21 mm

21 + (0,3 x 21) = 27,3

Koin 3 berdiameter 28 mm

28 + (0,3 x 28) = 36,4

Koin 4 berdiameter 37 mm

37 + (0,3 x 37) = 48,1

Koin 5 tidak dapat diproduksi karena lebih besar dari 45 mm

Jadi susunan 2 adalah koin berdiameter 16 mm, 21 mm, 28 mm, dan 37 mm.

Susunan 3:

Koin 1 berdiameter 17 mm

17 + (0,3 x 17) = 22,1

Koin 2 berdiameter 23 mm

23 + (0,3 x 23) = 29,9

Koin 3 berdiameter 30 mm

30 + (0,3 x 30) = 39

Koin 4 berdiameter 39 mm

39 + (0,3 x 39) = 50,7

Koin 5 tidak dapat diproduksi karena lebih besar dari 45 mm.

Jadi susunan 3 adalah koin berdiameter 17 mm, 23 mm, 30 mm, dan 39 mm.

dst.

Analisis Soal.

Struktur masalah : Terbuka

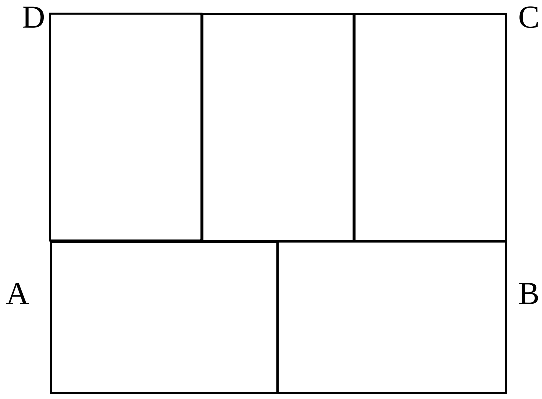
Model Penyajian : Soal Cerita.

Strategi Penyelesaian : Mulai dari yang sederhana, persamaan.

Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih.

13. Menyusun Kartu

Lima buah kartu berukuran sama disusun sehingga membentuk sebuah bangun persegipanjang ABCD seperti pada gambar di bawah ini.



Jika keliling persegipanjang ABCD tersebut adalah 44 cm, berapa cm luas daerah persegipanjang ABCD itu?

Jawaban Soal no. 13 (Menyusun Kartu)

Misal panjang dan lebar kartu berturut turut adalah a dan b.

2a = 3b dan 2a + 3b + 2(a + b) = 44

------ 2a + 3b + 2a + 2b = 44

3b + 3b + 3b + 2b = 44 ----- 11b = 44 ---- b = 4 dan a = 6

Jadi luas daerah ABCD = 24 cm^2

Analisis Soal.

Struktur masalah : Tertutup

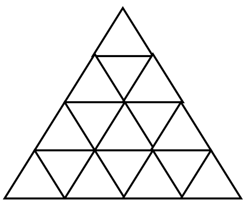
Model Penyajian : Gambar/Geometris.

Strategi Penyelesaian : Persamaan

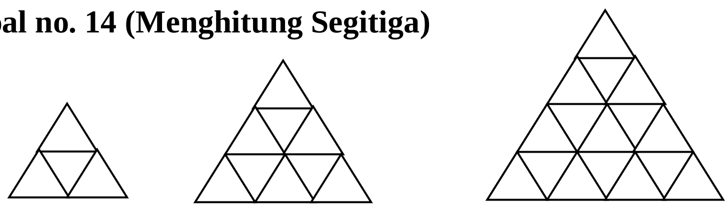
Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih

14. Menghitung Banyak Segitiga

Berapakah banyak segitiga di bawah ini?



Jawaban Soal no. 14 (Menghitung Segitiga)



1 (3+1)+1 (5+3+1) +(2+1)+1 (7+5+3+1)+ (3+2+1)+ (2+1)+ 1

Jadi banyak segitiga adalah 26

Analisis Soal.

Struktur masalah : Tertutup

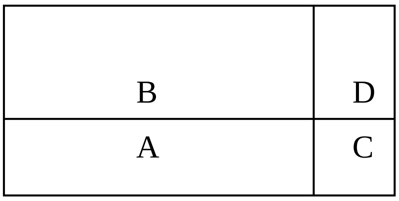
Model Penyajian : Gambar/Geometris.

Strategi Penyelesaian : Pola

Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih

15. Luas Daerah Persegipanjang

Perhatikan gambar berikut!



Luas daerah A, B, dan C berturut-turut adalah 90 cm^2, 120 cm^2, dan 36 cm^2. Jika C adalah bangun persegi, berapa luas daerah D?

Jawaban Soal no. 15 (Luas Daerah Persegipanjang)

Luas daerah C = 36 cm^2. C adalah bangun persegi. Maka sisi C = 6 cm

Luas daerah A = 90 cm^2 dan lebar A = 6 cm. Maka panjang A = 15 cm.

Luas daerah B = 120 cm^2 dan panjang B = 15 cm. Maka lebar B = 8 cm.

Luas daerah D = 8 x 6 = 48 cm^2

Analisis Soal.

Struktur masalah : Tertutup

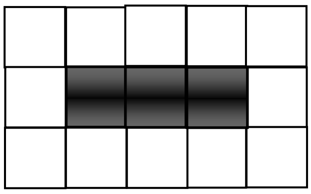
Model Penyajian : Gambar/Geometris.

Strategi Penyelesaian : Penalaran

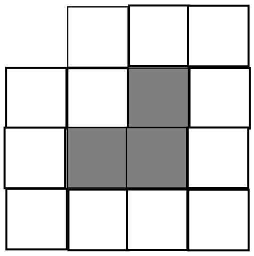
Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih

16. Persegi Warna Putih dan Persegi Warna Hitam

Persegi-persegi hitam dilingkupi oleh persegi-persegi putih disusun dalam berbagai cara seperti pada gambar di bawah ini.. Pada gambar 1 atau gambar 2, terdapat 3 buah persegi berwarna gelap dilingkupi oleh 12 buah persegi putih. Berapakah maksimal banyaknya persegi hitam dapat dilingkupi oleh 84 buah persegi putih?



Gambar 1



Gambar 2

Jawaban Soal no. 16 (Persegi Warna Putih dan Persegi Warna Hitam)

Persegi Putih	Maksimal Persegi Hitam
84	30 x 10 = 300
	25 x 15 = 350
	22 x 18 = 396
	20 x 20 = 400

Jadi, banyak maksimal persegi hitam adalah 400.

Analisis Soal.

Struktur masalah : Tertutup

Model Penyajian : Gambar.

Strategi Penyelesaian : Pola

Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih

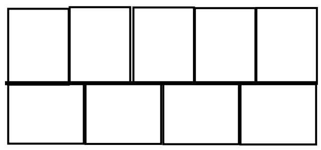
17. Menyusun Kartu

Sembilan buah kartu berukuran sama disusun sehingga membentuk persegipanjang seperti pada gambar di samping.

Luas daerah persegipanjang tersebut adalah 180 satuan luas.

Berapa satuan panjang keliling persegipanjang itu?

Jawaban Soal no. 17 (Menyusun Kartu)



Misal setiap kartu mempunyai panjang m dan lebar n.

4m x (m + n) = 180 dan 4m = 5n

5n (5/4 n + n) = 180 --- 5n (9/4 n) = 180 ---- 45/4 n^2 = 180 ---- 45 n^2 – 720 = 0

$n^2 - 16 = 0$ ---- $(n - 4)(n + 4) = 0$ ---- $n = 4$ atau $n = -4$ (tidak mungkin)

jadi setiap kartu mempunyai ukuran lebar (n) 4 cm dan panjang (m) 5 cm.

Keliling persegipanjang yang terbentuk = 2 (4 x 5) + 2(4 + 5) = 58 cm.

Analisis Soal.

Struktur masalah : Tertutup

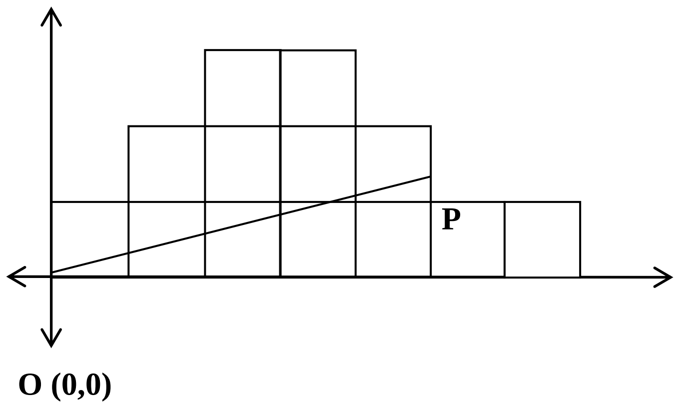
Model Penyajian : Gambar.

Strategi Penyelesaian : Persamaan

Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih.

18. Membagi Daerah

Gambar berikut ini suatu daerah yang dibangun oleh 13 persegi satuan dan tiletakkan dalam sistem koordinat kartesius. Jika PQ adalah ruas garis yang membagi daerah itu menjadi dua bagian sama besar dan koordinat O adalah (0,0), tentukan koordinat P!



Jawaban Soal no. 20 (Membagi Daerah)

Luas daerah seluruhnya = 13 persegi satuan.

Luas daerah di bawah garis OP = 6 ½ persegi satuan

Luas daerah segitiga di bawah garis OP = 4 ½ persegi satuan

½ x 5 x t = 4 ½ --- t = 9/5 = 1 4/5 satuan panjang.

Jadi, koordinat titik P adalah (5 , 9/5)

Analisis Soal.

Struktur masalah : Tertutup

Model Penyajian : Gambar

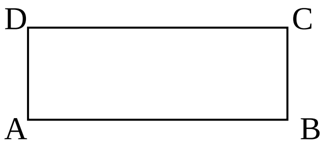
Strategi Penyelesaian : Gambar, persamaan

Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih.

19. Luas Persegipanjang

Sebuah tali panjangnya 50 cm. Tali itu dibuat bangun geometri persegi panjang, seperti tampak pada gambar berikut ini

50 m



Keliling persegi panjang ABCD adalah 50 cm.

Jika ukuran panjang dan lebar bangun itu merupakan bilangan asli (dalam cm). Carilah luas daerah persegi panjang itu!

Jawaban Soal no. 19 (Luas Persegipanjang)

Panjang (cm)	Lebar (cm)	Luas (cm^2)
24	1	24
23	2	46
22	3	66
21	4	84
.		
.		
13	12	156

Analisis Soal.

Struktur masalah : Terbuka

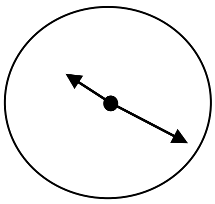
Model Penyejian : Gambar

Strategi Penyelesaian : Tabel

Langkah penyelesaian: 2 langkah.

20. Jam Dinding

Perhatikan jarum jam berikut ini!



Sebuah jam dinding menunjukkan pokul 10.20.

Berapakah besar sudut yang dibentuk oleh jarum jam dan jarum menit?

Jawaban Soal no. 20 (Jam Dinding)

Pada jam 10.00 Sudut terkecil yang dibentuk oleh jarum jam dan menit adalah 60^0. Pada jam 10.20. Jarum jam bergeser (berkurang) 20/60 x 30 $=10^0$ menuju bilangan 12, jarum menit bergeser (bertambah) 120^0 dari bilangan 12. Sudut terkecil pada 10.20 adalah 60 – 10 + 120 = 170^0 ; dan sudut terbesarnya 190^0 .

Analisis Soal.

Struktur masalah : Terbuka

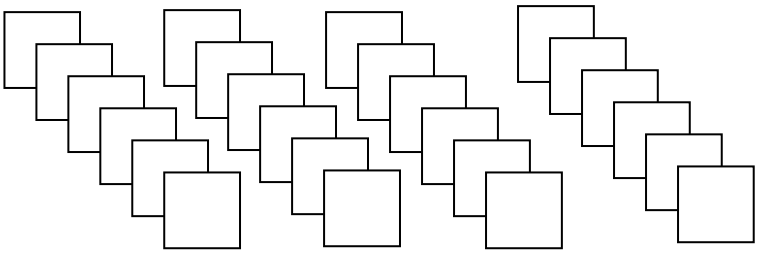
Model Penyejian : Gambar

Strategi Penyelesaian : Mulai dengan kasus yang lebih sederhana.

Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih

21. Keliling Bangun Persegipanjang

Berikut ini terdapat 24 potong kertas berbentuk bangun persegi, masing-masing berukuran 1 cm x 1 cm.



Jika kertas-kertas itu dihubung-hubungkan satu sama lain sehingga membentuk sebuah bangun persegipanjang, berapa keliling bangun persegipanjang yang terbentuk?

Jawaban Soal no. 21 (Keliling Bangun Persegipanjang)

- Dengan beberapa gambar persegipanjang.
- Dengan tabel
  Luas daerah persegi panjang yang terbentuk adalah tetap, yaitu 24 cm^2.

Faktor-faktor dari 24 adalah 24, 12, 8, 6, 4, 3, 2, dan 1. Pasangan faktor-faktor di atas (faktor pertama sebagai panjang dan faktor kedua sebagai lebar) yang yang hasil kalinya 24, seperti pada tabel berikut:

Panjang (cm)	Lebar (cm)	Keliling (cm)
24	1	50
12	2	28
8	3	22
6	4	20

Analisis Soal.

Struktur masalah : Terbuka

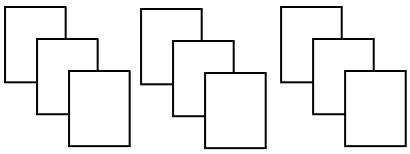
Model Penyajian : Gambar

Strategi Penyelesaian : Gambar atau tabel

Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih

22. Menyusun Kartu

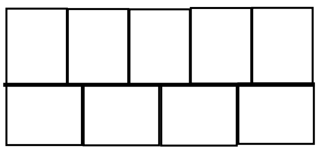
Sembilan buah kartu masing-masing berbentuk bangun persegipanjang dan berukuran 4 cm x 5 cm, seperti tampak pada gambar berikut.



Jika kartu-kartu itu dihubung-hubungkan satu sama lain sehingga membentuk bangun persegipanjang, berapa keliling persegipanjang itu?

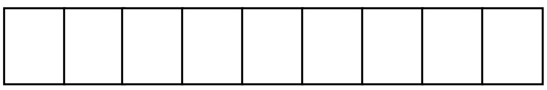
Jawaban Soal no. 22 (Menyusun Kartu)

Bentuk 1.



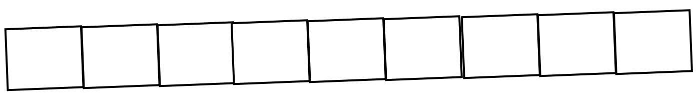
Keliling = 2 x (20 + 9) = 58 cm.

Bentuk 2.



Keliling = 2 x (36 + 5) = 82 cm.

Bentuk 3.



Keliling = 2 x (45 + 4) = 98 cm.

Analisis Soal.

Struktur masalah : Terbuka

Model Penyajian : Gambar

Strategi Penyelesaian : Gambar

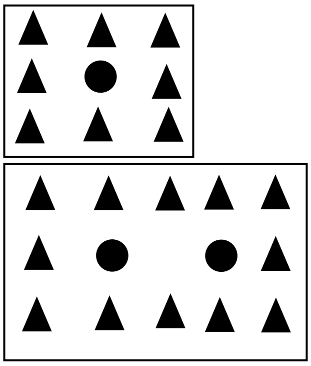
Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih.

23. Pohon Apel dan Pohon Pelindung

Seorang petani menanam pohon-pohon apel pada suatu kebun. Untuk melindungi pohon-pohon apel itu dari tiupan angin kencang ia menanam pohon pohon pelindung mengelilingi kebun itu, seperti tampak pada gambar.

▲ = pohon pelindung

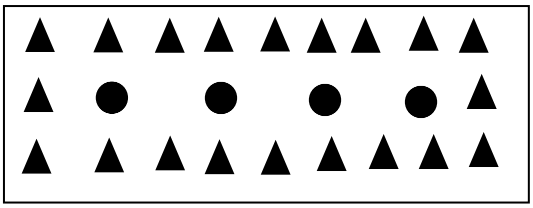
● = pohon apel



Jika petani menanam 4 batang pohon apel di kebun itu, berapa pohon pelindung paling sedikit diperlukan?

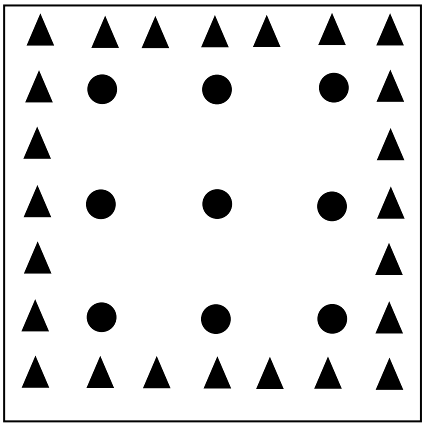
Jawaban Soal no. 23 (Pohon apel dan pohon pelindung)

(1) pohon apel ditanam segaris,



Untuk pola tanam segaris, diperlukan 20 pohon pelindung

(2) pohon apel ditanam mengikuti bentuk persegipanjang.



Untuk pola tanam segaris, diperlukan 24 pohon pelindung

(3) Pohon apel ditanam dengan pola lainnya.

Analisis Soal.

Struktur masalah : Terbuka

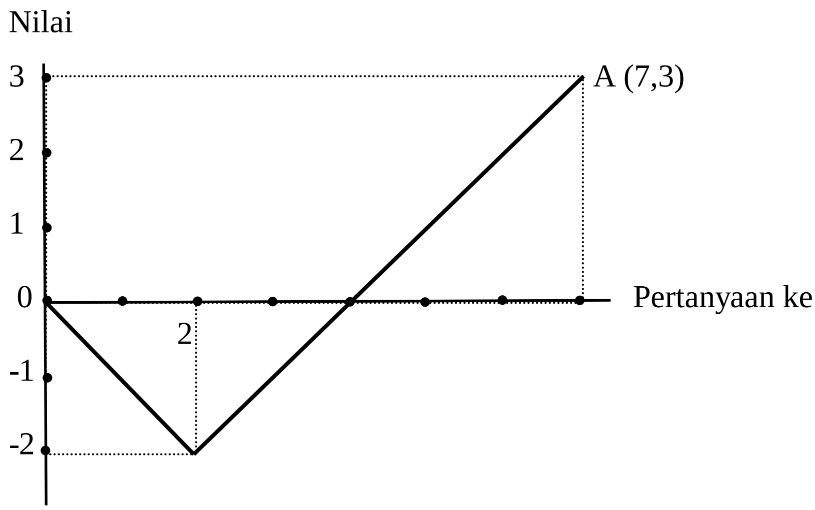
Model Penyajian : Gambar

Strategi Penyelesaian : Gambar.

Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih

24. Permainan

Dalam suatu permainan, seorang pemain mendapat nilai 1 (satu) jika ia dapat menjawab pertanyaan dengan benar dan mendapat nilai -1 (negatif satu) jika ia menjawab salah. Data sorang pemain digambarkan pada grafik berikut ini.



Pemain tersebut menjawab 2 (dua) pertanyaan pertama dengan salah. 5 (lima) pertanyaan berikutnya dengan benar.

Titik A(7,3) pada grafik di atas menunjukkan posisi pemain itu sudah menjawab tujuh pertanyaan dan mendapat nilai 3.

Dengan melanjutkan permainan ke pertanyaan kedelapan sampai dengan kesebelas, posisi pemain tersebut berada di titik (11,n). Tentukan n yang mungkin.

Jawaban Soal no. 24 (Permainan)

Posisi pemain di titik (11, n) dari posisi sebelumnya (7, 3)

Penambahan pertanyaan 4 buah, yaitu pertanyaan ke 8, 9, 10, dan 11.

Jika pertanyaan itu dijawab 1 benar (3 salah) maka nilainya -2. Jadi, n = 3 -2 = 1.

Jika pertanyaan itu dijawab 2 benar (2 salah) maka nilainya 0.. Jadi, n = 3 + 0 = 3.

Jika pertanyaan itu dijawab 3 benar (1 salah) maka nilainya 2. Jadi n = 3 + 2 = 5.

Jika pertanyaan itu dijawab 4 benar (0 salah) maka nilainya 4. Jadi n = 3 + 4 = 7.

Analisis Soal

Struktur masalah : Terbuka

Model Penyajian : Gambar

Strategi Penyelesaian : Gambar.

Langkah penyelesaian: 3 langkah atau lebih

SIMPULAN

Uraian variabel tugas pada pemecahan masalah matematis di atas dapat dirangkum sebagai berikut:

a. Penalaran, pengambilan keputusan, berpikir kritis, dan berpikir kreatif merupakan bagian yang tidak terpisahkan dari pemecahan masalah matematis.
b. Berdasarkan strukturnya, masalah matematis dapat berupa masalah dengan struktur sempurna (*well defined*) dan masalah dengan struktur lemah (*ill defined*).
c. Berdasarkan banyaknya langkah esensial yang diperlukan untuk sampai pada solusi meliputi masalah dengan banyak langkah (*multi-steps problem*), sedangkan soal dengan satu langkah (*one-step problems*) bukan merupakan masalah, melainkan latihan (*exercise*).
d. Berdasarkan orientasinya, suatu masalah matematis dapat ditujukan untuk membangun konsep, menerapkan konsep, atau membuktikan..
e. Berdasarkan penyajiannya, suatu masalah matematis dapat berupa masalah dalam matematika atau masalah yang dalam dunia nyata.

DAFTAR PUSTAKA

Billstein, R., Libeskind, S., & Lott, J.W (1993). *A Problem Solving Approach to mathematics for Elementary School Teachers*, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company.

Buchanan, N. K. (1987), Factors contributing to mathematical problem-solving performance: An explanatory study. *Educational Studies in Mathematics, 18(4), 399-415.*

Blum, W. & Niss, M. (1991), Applied mathematical problem solving, modelling, aplication, and link to other subjects: state, trans, and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68.

Carroll, J. B. (1999). *Human cognitive ability*. New York: Cambridge .

Coxford, A. F., Fey, J. T., Hirsch, C. R., Schoen, H. L., Burrill, G., Hart, E. W., et al. (1997). *Contemporary mathematics in context: A unified approach*. Columbus, OH: Glencoe, McGraw-Hill.

Depdiknas (2006). *Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan*, Jakarta: Depdiknas.

Fai, H. K. (2005). *Two teachers' pedagogies in teaching problem solving in Singapore lower secondary mathematics classrooms*. Singapore: Centre for Research in Pedagogy .

Florida Department of Education, (2008). *Cognitive Complexity Classification of FCAT Test Items*, Florida: Florida Department of Education.

Gilfeather & Regato (1999). *Routine & Nonroutine Problem Solving* , Indianapolis, IN: Pentathlon Institute.

Halmos, P. R. (1980). The heart of mathematics. *American Mathematical Monthly, 87*, 519-524.

Hoosen, E. (2001). *What Are Mathemathical Problems*. Augusta: Augusta State University.

Kantowski, M. G. (1977). Processes involved in mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education, 8*, 163-180.

Kulm (1984). The classification of problem-solving research variables. In Gerald A. Goldin & C. Edwin McClontock (Eds). *Task Variables in Mathematical Problem Solving* (pp. 1-22). Philadelphia: The Franklin Institute.

Lappan, G., Fey, J., Friel, S., Fitzgerald, W., & Phillips, E. (1995). *The Connected Mathematics Project*. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications.

Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. In F. K. J. Lester (Ed.), *Second handbook* *of research on mathematics teaching and learning* (pp. 763-804). Charlotte, NC: Information Age.

Lester, F. K. (1983). Trends and issues in mathematical problem-solving research. InR. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes* (pp. 229-261). Orlando, FL: Academic Press.

Mayer, R. E. (2009). Information processing. In T. L. Good (Ed*A reference handbook* (pp. 168–174). Thousand Oaks, CA:Mayer, R. E. (in press). Problem solving. In D. Reisberg (Ed.), *Oxford handbook of cognitive psychology*. New York: Oxford University Press.

Mayer, R. E., & Wittrock, R. C. (2006). Problem solving. In P. A. Alexander & P. H. Winne (Eds.), *Handbook of educational psychology* (2nd ed., pp. 287–304). Mahwah, NJ: Erlbaum.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Nunokawa, K (1997) Physical models in mathematical problem solving: a case of a tetrahedron problem. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Volume 28, Issue 6, 1997, pp. 871 – 872.

Polya, G. (1973). *How to solve it* (2nd ed.). Princeton, NJ: Princeton University Press.

Polya, G. (1981). *Mathematical discovery*. New York, NY: John Wiley & Sons, Inc.

OECD (2009). *Programme for International Student Assessment, Take the Test: Sample Qoestions from OECD's PISA Assessments*. [Online]. Avaliable at: www.pisa.oesd.org (June 28, 2010) .

Resnick, L. B. (1988). Treating mathematics as an ill-structured discipline. In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), *Research agenda for mathematics education: The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 32-60). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Robertson, S. I. (2005). *Problem Solving.* Philadelphia: Taylor & Francis Group.

Santos-Trigo, M. (2007). *Mathematical problem solving: An evolving research and practice domain. ZDM, 39*, 523-536.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press, Inc.

Schraw, Dunkle, and Bendixen (1995). Cognitive-Processes in Well-Defined and Ill-Defined Problem-Solving.

Applied Cognitive Psychology, 9(1), 523-538.

Senk, S. L., & Thompson, D. R. (Eds.). (2003). *Standards-based school mathematics curricula: What are they? What do students learn?* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Stanic, G. M. A., & Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in mathematics curriculum. In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), *Research agenda for mathematics education: The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1-22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York, NY: Macmillan.

Vondracek, B. & Pittman, S. (2006). *Connecting the Data: Problem Solving and Mathematical Reasoning*. Washington, DC: Department of Education.

Yee, F. P. (2002). *Using Short Open-ended Mathematics Questions to Promote Thinking and Understanding*. Singapore: National Institute of Education.