
Simulasi Dinamika Fluida *Dam Break* 2D Menggunakan Metoda Beda Hingga Skema *Forward Time Backward Scheme (FTBS)*

Ilham Adi Panuntun, Rida SN Mahmudah*, Restu Widiatmono, Denny
Darmawan

*Jurusan Pendidikan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Yogyakarta, Jalan Colombo No 1, Karangmalang, Yogyakarta,
55281, Indonesia*

* *Corresponding author. E-mail: rida@uny.ac.id (Rida SN Mahmudah),*

No. hp/WA: +62-878-2238-0306

ABSTRAK

Dam break merupakan salah satu simulasi dasar dalam komputasi dinamika fluida yang sering digunakan sebagai *benchmark*. Penelitian ini bertujuan membuat simulasi *dam break* 2D menggunakan metoda beda hingga skema *Forward Time Backward Scheme (FTBS)* yang tervalidasi oleh solusi analitis dan hasil dari penelitian sebelumnya. Pada penelitian ini, dibuat solusi numerik untuk persamaan *Shallow Water (SWE)* atau *Saint-Venant* yang didasarkan pada kekekalan massa dan momentum yang diturunkan dari persamaan *Navier-Stokes*. Kode simulasi numerik dibuat menggunakan metoda beda hingga yang merupakan metoda paling umum dan paling sederhana untuk pemodelan *dam break*. Skema numerik yang digunakan adalah *Forward Time Backward Scheme (FTBS)*. Pada tahap awal, dibuat simulasi *dam break* 1D yang hasilnya divalidasi dengan solusi analitik. Dari hasil analisis data, diperoleh nilai *RSME* yang relatif kecil, yaitu 0,0076. Selanjutnya, *code* tersebut dikembangkan untuk membuat simulasi *dam break* 2D yang hasilnya

dibandingkan dengan penelitian sebelumnya. Hasil perbandingan secara kualitatif dan kuantitatif menunjukkan bahwa *code* simulasi 2D yang dibangun dengan FTBS dapat merepresentasikan fenomena *dam break* dengan cukup memuaskan.

Kata Kunci: *Dam Break, Navier-Stokes, Saint-Venant, Beda Hingga, FTBS*

Abstract

This study aims to create a 2D dam-break simulation using a finite difference method with Forward Time Backward Scheme (FTBS) validated by an analytical solution and previous study. This study solves the Shallow Water Equation (SWE) or the Saint-Venant Equation, which is based on the conservation of mass and momentum derived from the Navier-Stokes equation. The numerical simulation code was built using the finite difference method, the most common and most straightforward method for dam-break modeling. The numerical scheme used was the Forward Time Backward Scheme (FTBS). At the initial stage, a 1D dam-break simulation was made, which were validated with an analytical solution. From the results of the data analysis, the RSME value is relatively small, namely 0.0076. Hence, it can be concluded that the code created can simulate a 1D dam-break relatively well. Furthermore, the code was developed to create a 2D dam-break simulation whose results were compared with previous studies. The results of qualitative and quantitative comparisons show that the 2D simulation code built with FTBS can quite satisfactorily represent the dam-break phenomenon.

Keywords: *Dam Break, Navier-Stokes, Saint-Venant, Finite Difference Method, FTBS*

1. Pendahuluan

Bumi ini 75% tertutup oleh air (zat cair) dan 100% tertutup oleh udara (gas), oleh karena itu ruang lingkup mekanika fluida sangat luas dan menyentuh hampir seluruh segi kehidupan manusia. Sebagai contoh dalam bidang transportasi, penerapan mekanika fluida dapat ditemui dalam aerodinamika pesawat udara dan roket, dan dalam hidrodinamika bahari kapal dan kapal selam. Dalam bidang energi, prinsip mekanika fluida digunakan pada pembangkit listrik tenaga air (PLTA) atau pembangkit listrik tenaga uap (PLTU). Mekanika fluida juga dapat diaplikasikan untuk mengatasi masalah-masalah pengairan, pengendalian banjir, penyediaan air, pembuangan limbah, gerak umban atau proyektil, dan pembangunan jalur minyak dan gas. Oleh karena itu, mekanika fluida sangat penting untuk dipelajari.

Mekanika fluida dimodelkan dengan persamaan *Navier-Stokes* [1], yang menggambarkan pergerakan suatu fluida baik cairan maupun gas. Persamaan ini menyatakan bahwa perubahan momentum partikel-partikel fluida bergantung pada gaya tegangan geser yang bekerja pada fluida. Dengan kata lain, persamaan *Navier-Stokes* menjelaskan kesetimbangan gaya-gaya yang bekerja pada fluida. Persamaan ini merupakan sistem

persamaan diferensial parsial nonlinier orde dua yang kompleks dengan satu atau lebih turunan parsial [2], dan sulit dipecahkan secara analitis. Oleh karena itu, perlu dilakukan pendekatan numerik untuk menyelesaikannya secara efisien.

Computational fluid dynamics (CFD) adalah ilmu komputasi yang menggunakan komputer untuk melakukan simulasi dinamika fluida, perpindahan panas, reaksi kimia, dan fenomena aliran lainnya dengan memecahkan persamaan *Navier-Stokes* secara numerik. Penggunaan CFD pertama kali digunakan sekitar tahun 1990-an di dunia industri terutama pada industri penerbangan. Perangkat lunak berbasis CFD yang umum digunakan antara lain ANSYS CFX, ANSYS FLUENT, FloVent, PHOENICS, CFD2000, *Flow Simulation SolidWorks* dan FloEFD. Namun, mayoritas perangkat lunak CFD harganya mahal. Misalnya, *Flow Simulation SolidWorks* standar yang harganya \$5290/tahun atau setara dengan Rp. 74.060.000 (<https://www.cati.com/solidworks-price/>).

Berdasarkan pemaparan di atas, perlu dikembangkan kode simulasi untuk menyelesaikan persamaan *Navier-Stokes*

tanpa harus menggunakan software CFD komersial. Ada beberapa metoda numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan Navier-Stokes, seperti metoda beda hingga, volume hingga, dan elemen hingga [3].

Metoda penyelesaian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metoda beda hingga (*finite difference*) karena metode ini merupakan salah satu metode numerik yang paling tua dan paling sederhana. Selain mudah dipelajari, metode beda hingga juga terbilang stabil, cepat konvergen, dan akurat untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial [4]. Kasus dinamika fluida yang dipilih pada penelitian ini adalah kasus dam break, sebagai kasus umum untuk benchmark pada CFD [5].

Solusi dan simulasi *dam break* dengan metoda beda hingga telah banyak dikembangkan, salah satunya adalah penelitian Putri (2020) yang menyelesaikan kasus *dam break* dengan metoda beda hingga skema *Forward Time Central Scheme* (FTCS). Skema ini adalah metode beda maju dalam waktu, beda tengah dalam ruang, dan stabil bersyarat bila diterapkan pada persamaan panas. Sayangnya, metode FTCS kurang stabil untuk semua *time step* [6]. Oleh karena itu, perlu dilakukan penelitian tentang skema yang berbeda untuk meningkatkan kestabilan simulasi.

Skema yang digunakan pada penelitian ini adalah *forward time backward scheme* (FTBS) yang memiliki kelebihan akurasi yang tinggi dan lebih stabil [7].

2. Metode Penelitian

A. Persamaan Matematis

Persamaan *Navier-Stokes* yang diturunkan menjadi persamaan Saint Venant dua dimensi untuk kasus *dam break* terdiri dari persamaan kekekalan massa atau kontinuitas (Pers. (1)) dan kekekalan momentum (arah x dan y) (Pers. (2) dan (3)).

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(h\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{v})}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial x} - g(S_x - S_{f_x}) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial y} - g(S_y - S_{f_y}) = 0 \quad (3)$$

dimana h adalah kedalaman air, \bar{u} dan \bar{v} masing-masing adalah kecepatan arah-x dan arah-y, g adalah percepatan gravitasi, S_x dan S_x adalah gradien kedalaman untuk arah-x dan arah-y, S_{f_x} dan S_{f_y} adalah gradien gesekan untuk arah-x

dan arah-y. Gradien kedalaman didefinisikan oleh Persamaan (4) dan (5).

$$S_x = \frac{-\partial h_0}{\partial x} \quad (4)$$

$$S_y = \frac{-\partial h_0}{\partial y} \quad (5)$$

dimana h_0 adalah ketinggian awal, sedangkan gradien gesekan ditentukan oleh Persamaan (6) dan (7).

$$Sf_x = \frac{n^2 \bar{u} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}}{h^{4/3}} \quad (6)$$

$$Sf_y = \frac{n^2 \bar{v} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}}{h^{4/3}} \quad (7)$$

dimana n adalah *roughness coefficient*.

B. Metoda Beda Hingga *Forward Time Backward Scheme* (FTBS)

Strauss (1992:199) menyatakan bahwa metoda beda hingga merupakan metoda yang sangat umum dalam menyelesaikan masalah-masalah persamaan diferensial biasa maupun persamaan diferensial parsial, yang didasarkan pada ekspansi deret Taylor. Dalam skema FTBS, turunan waktu didekati menggunakan beda maju sedangkan turunan ruang menggunakan beda mundur. Diskritisasi persamaan *Saint-Venant* (Pers. (1) – (3)) menggunakan FTBS ditunjukkan oleh persamaan (8) sampai (10).

$$h_{i,j}^{n+1} = h_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (h_{i,j}^n \cdot \bar{u}_{i,j}^n - h_{i-1,j}^n \cdot \bar{u}_{i-1,j}^n) \quad (8)$$

$$- \frac{\Delta t}{\Delta y} (h_{i,j}^n \cdot \bar{v}_{i,j}^n - h_{i,j-1}^n \cdot \bar{v}_{i,j-1}^n) \quad (8)$$

$$\bar{u}_{i,j}^{n+1} = \bar{u}_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \bar{u}_{i,j}^n (\bar{u}_{i,j}^n - \bar{u}_{i-1,j}^n) \quad (9)$$

$$- \frac{\Delta t}{\Delta y} \bar{v}_{i,j}^n (\bar{u}_{i,j}^n - \bar{u}_{i,j-1}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta x} g (h_{i,j}^n - h_{i-1,j}^n) + g (S_x - Sf_x) \quad (9)$$

$$\bar{v}_{i,j}^{n+1} = \bar{v}_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \bar{u}_{i,j}^n (\bar{v}_{i,j}^n - \bar{v}_{i-1,j}^n) \quad (10)$$

$$- \frac{\Delta t}{\Delta y} \bar{v}_{i,j}^n (\bar{v}_{i,j}^n - \bar{v}_{i,j-1}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta y} g (h_{i,j}^n - h_{i,j-1}^n) + g (S_y - Sf_y) \quad (10)$$

C. Filter Numerik

Filter numerik berfungsi untuk stabilitas yang lebih baik dalam perhitungan, dan bertindak sebagai disipasi buatan. Filter numerik seperti yang diusulkan oleh Hansen (1962) digunakan untuk setiap langkah waktu pada setiap node. Nilai kedalaman dan kecepatan diperbarui dengan menerapkan Persamaan (11) untuk kasus satu dimensi, dan Persamaan (12) untuk kasus dua dimensi.

$$h(i) = f_k * h(i) + (1 - f_k) \frac{[h(i+1)+h(i-1)]}{2} \quad (11)$$

(2019), dan h adalah nilai parameter yang difilter.

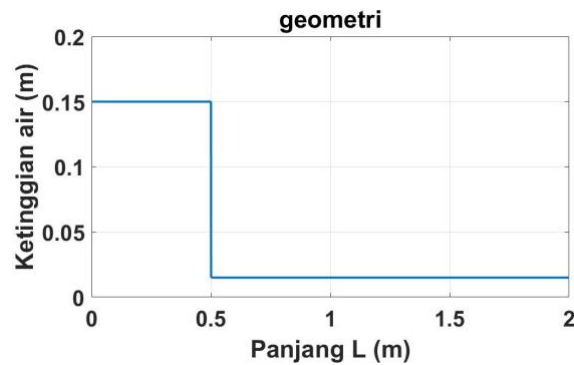
$$h(i, j) = f_k * h(i, j) + (1 - f_k) \frac{[h(i+1, j)+h(i-1, j)+h(i, j+1)+h(i, j-1)]}{2} \quad (12)$$

dimana faktor koreksi (f_k) diatur ke 0,99 yang didapat dari hasil penelitian Zendrato

D. Geometri dan Kondisi Batas

1. Model *dam break* 1D

Geometri *dam break* pada penelitian ini adalah *dam* sepanjang 2 m dan kedalaman air untuk 0,5 m pertama adalah 0,15 m diikuti oleh 0,015 m seperti yang ditunjukkan Gambar 1.

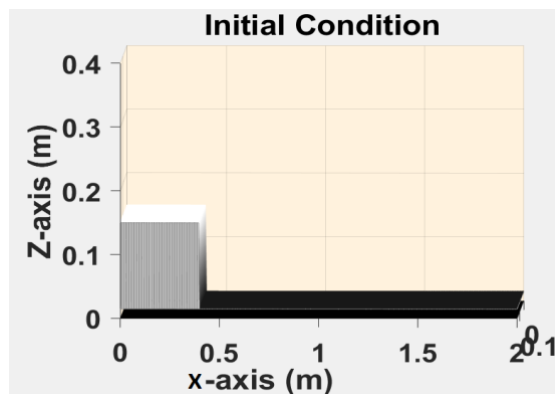


Gambar 1. Geometri simulasi *dam break* 1D

2. Model *dam break* 2D

Penelitian ini dilakukan dengan panjang arah $x = 2$ m, Panjang arah $y = 0,16$ m dan kedalaman air untuk 0,4 m pertama

adalah 0,15 m diikuti oleh 0,015 m. Seperti yang ditunjukkan Gambar 2.



Gambar 2. Geometri simulasi *dam break* 1D

Dengan mengabaikan gesekan dasar *dam*, maka *roughness coefficient* (n) diset sama dengan 0. Kondisi batas untuk semua sisi didefinisikan sebagai batas dinding, dengan ketinggian air pada dinding dianggap memiliki ketinggian yang sama dengan grid sebelumnya. Selain itu, kecepatan air di sudut dinding dalam arah x dan y sama dengan 0.

3. Hasil dan Diskusi

A. Validasi

Validasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah *dam break* 2D yang pernah disimulasikan menggunakan FTCS oleh Putri [8]. Dalam makalahnya, Putri menawarkan sebuah pendekatan untuk memodelkan *dam break* 2D dengan mengabaikan gesekan dan tanpa kemiringan. Dengan menjadikan makalah ini sebagai rujukan, pada penelitian ini dibuat dua model, yaitu *dam break* 1D dan 2D.

Hasil simulasi 1D divalidasi dengan solusi analitis menggunakan *Stoker analytical method* [9]. Setelah tervalidasi, kode tersebut kemudian dikembangkan menjadi simulasi *dam break* 2D. Hasil simulasi 2D ini kemudian dibandingkan dengan hasil simulasi yang dibuat oleh Putri. Setelah itu, kode 2D ini disimulasikan dengan geometri tinggi, panjang dan lebar bendungan yang mendekati riil, untuk menyelidiki kemampuan metode ini dalam mensimulasikan bendungan yang sebenarnya.

B. *Dam break* 1D

Hasil simulasi *dam break* 1D berupa perubahan ketinggian air pada waktu tertentu dan perbandingannya dengan solusi analitis ditunjukkan pada Gambar 3. Nilai RMSE dihitung seperti disajikan pada Tabel 1 untuk mengetahui perbedaan hasil simulasi menggunakan metode numerik. RMSE (*Root Mean Square Error*) adalah ukuran kesalahan berdasarkan perbedaan antara dua nilai yang sesuai dengan yang mendekati 0 yang menunjukkan kedekatan antara variasi nilai model dan nilai observasi. RMSE biasanya dihitung menggunakan Persamaan (13).

$$RMSE = \left(\frac{\sum (y_i - \bar{y}_i)^2}{n} \right)^{1/2} \quad (13)$$

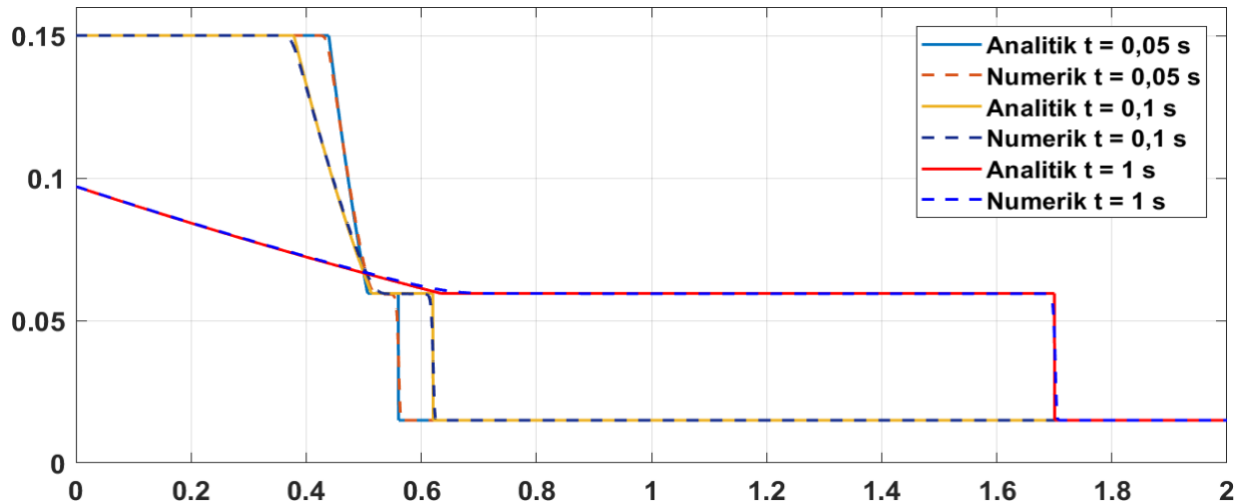
dimana y_i adalah nilai solusi numerik, \bar{y}_i adalah nilai solusi analitis, i adalah urutan data dalam database, dan n adalah jumlah data.

Tabel 1. Nilai RMSE *dam break* 1D

Waktu (detik)	RMSE
0,05	0,0034
0,1	0,0034
1	0,0076

Tabel di atas menunjukkan model *dam break* 1D menghasilkan nilai kesalahan yang relatif kecil, sehingga dapat

dikembangkan dan digunakan dalam model *dam break* 2D.



Gambar 3. Perbandingan perubahan ketinggian air antara metode numerik dan analitik

C. Dam Break 2D

Sebelum kode simulasi yang dibuat diaplikasikan untuk memodelkan *dam break* 2D menggunakan data bendungan rill, simulasi *dam break* 2D dibuat dengan geometri seperti pada penelitian sebelumnya (dengan FTCS) agar kode yang dibuat dapat tervalidasi. Metode FTBS pada penelitian ini dan FTCS dibandingkan secara kualitatif dan kuantitatif seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4 dan Gambar 5. Nilai RMSE dihitung seperti disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai RMSE *dam break* 2D

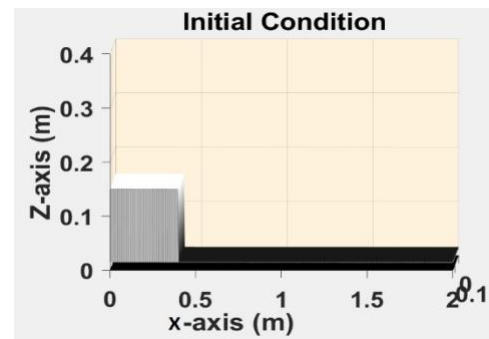
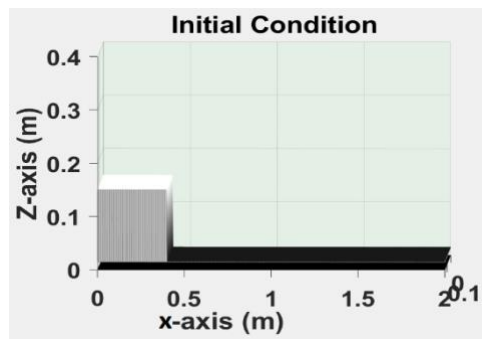
No.	Variabel	RMSE
1.	Perubahan ketinggian air	0,0001
2.	Perubahan pergerakan air	0,0001

Tabel 2 menunjukkan simulasi *dam break* 2D pada penelitian ini hampir sama dengan hasil metoda FTCS dengan nilai error yang sangat kecil. Untuk itu, kode yang dibuat digunakan untuk mengaplikasikan geometri bendungan rill.

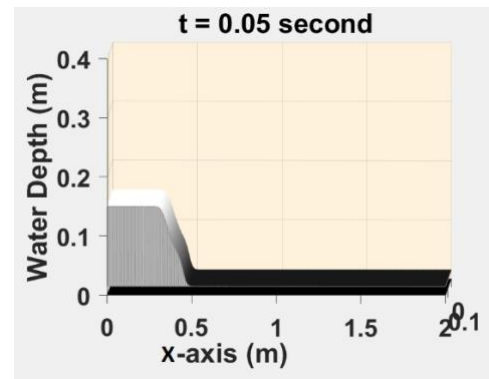
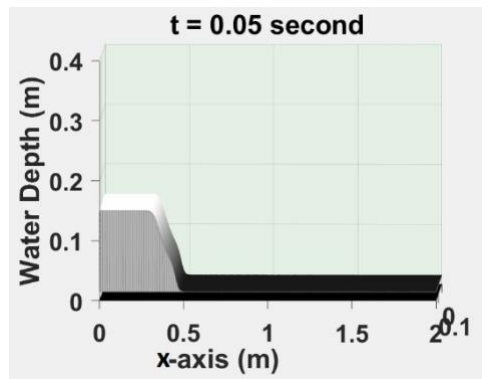
FTCS (2020)

FTBS

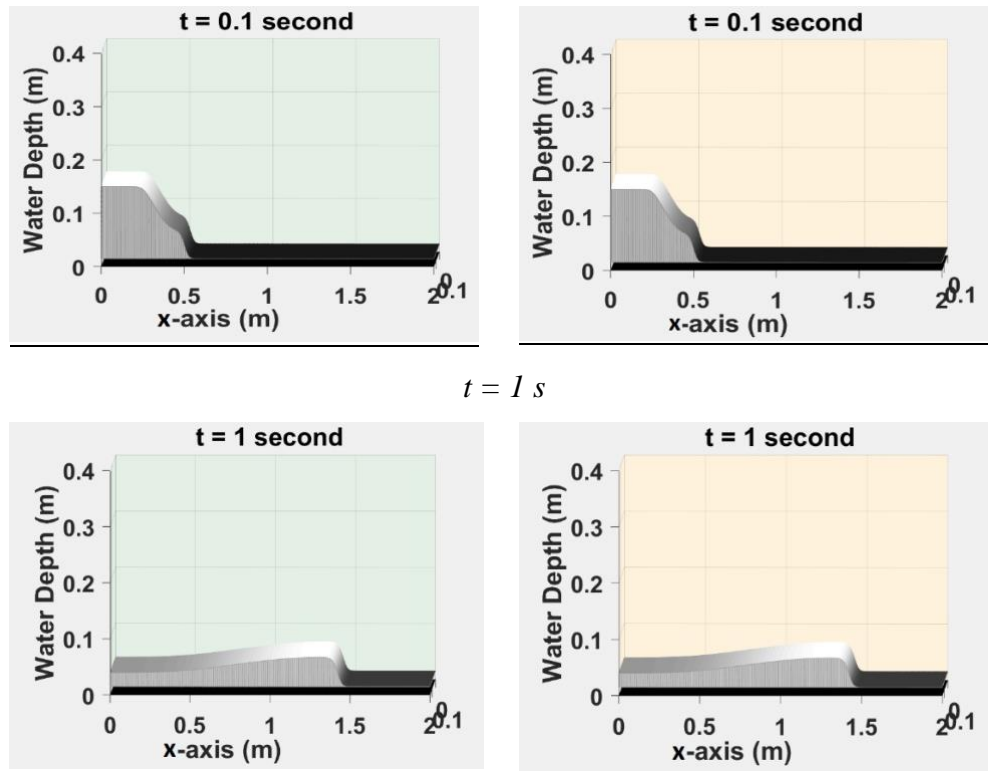
$t = 0 \text{ s}$



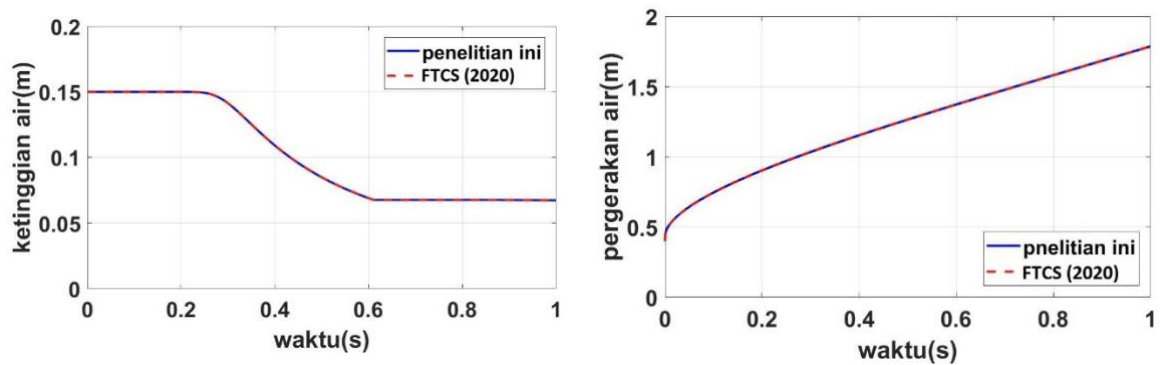
$t = 0,05 \text{ s}$



$t = 0,1 \text{ s}$



Gambar 4. Perbandingan kualitatif penelitian ini dengan FTCS (2020)



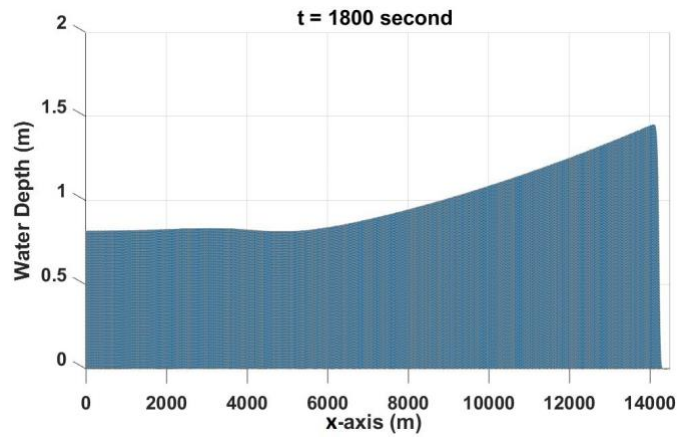
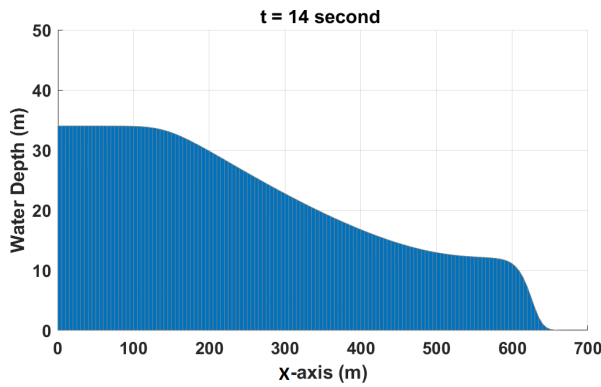
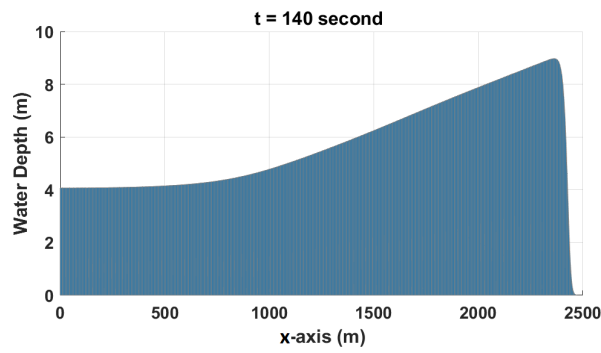
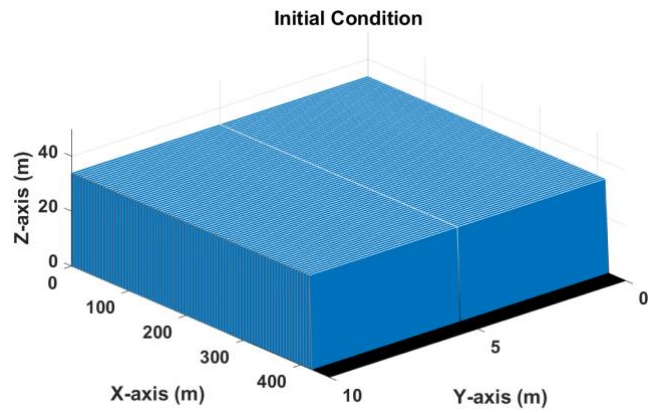
Gambar 5. Perbandingan kuantitatif ketinggian dan pergerakan air

Geometri bendungan yang diambil dalam penelitian ini adalah bendungan Pongkor dengan tinggi 34 m, panjang 420 m dan lebar 10 m [10]. Visualisasi hasil simulasi bendungan ini ditunjukkan pada Gambar 6.

Dari gambar tersebut dapat dilihat, bahwa 14 detik setelah bendungan terbuka, terjadi perubahan elevasi muka air yang disebabkan oleh gaya gravitasi, dan air yang tertahan di hulu mengalir menuju hilir. Pada saat $t = 140$ s air yang mengalir menempuh jarak hingga 2300 m dari titik air sebelumnya. Ketinggian air pada jarak lebih dari 2000 m di atas 8 m, akibat bendungan tak mampu menampung air yang di hulusehingga air yang mengalir menuju hilir mengalami peningkatan yang cukup drastis. Sedangkan pada saat $t = 1800$ s air yang mengalir menempuh jarak hingga 14000 m dan pada jarak 10000 m sampai 14000 m ketinggian air yang bergerak masih di atas 1 m.

Dari simulasi ini, dapat diamati bahwa ketika terjadi dam break, sejumlah besar air yang tertahan di hulu mengalir menuju hilir. Aliran dam break memiliki pergerakan yang cukup cepat karena dipengaruhi oleh tinggi bendungan dan gaya gravitasi. Hal tersebut dapat menyebabkan bencana banjir yang bisa mengakibatkan kerusakan lingkungan bahkan hilangnya nyawa. Maka rencana darurat berdasarkan simulasi numerik diperlukan untuk mengidentifikasi daerah mana yang kemungkinan akan terdampak banjir dan harus dievakuasi.

Berdasarkan pembahasan di atas dan pengamatan yang telah dilakukan, maka dapat dikatakan bahwa simulasi pada penelitian ini berjalan cukup baik dan sesuai dengan fenomena fisis. Ke depannya, penelitian ini dapat dikembangkan dengan menyelidiki pengaruh kemiringan tinggi air dan gesekan air dengan lingkungan di sekitarnya.





Gambar 6. Visualisasi hasil simulasi *dam break* 2D bendungan Pongkor

4. Simpulan

Pada penelitian ini telah dihasilkan sebuah kode berbasis metode beda hingga FTBS yang mensimulasikan aliran fluida *dam break*. Pada tahap pertama, kode ini mensimulasikan *dam break* 1D. Hasil simulasi divalidasi dengan *Stoker analytical method* dan menunjukkan kesesuaian yang sangat baik. Kode ini kemudian dikembangkan menjadi kode simulasi aliran fluida *dam break* 2D. Hasil simulasi juga kemudian dibandingkan dengan referensi yang telah mensimulasikan geometri yang sama. Perbandingan secara kualitatif menunjukkan bahwa kode simulasi yang dikembangkan pada penelitian ini dapat memodelkan pada data bendungan rill.

5. Referensi

- [1] Guo, Z., Zhao, T. S., & Shi, Y. (2006). Generalized hydrodynamic model for fluid flows: From nanoscale to macroscale. *Physics of Fluids*, 18(6).
- [2] Hapsoro, C. A., & Srigutomo, W. (2013). Pemodelan Aliran Fluida 2-D Pada Kasus Aliran Permukaan Menggunakan Metode Beda Hingga. *Jurnal Matematika & Sains*, 18(3), 81–92.
- [3] Harlan, D., Adityawan, M. B., Natakusumah, D. K., & Zendrato, N. L. H. (2019). Application of numerical filter to a Taylor Galerkin finite element model for movable bed dam break flows. *International Journal of GEOMATE*, 16(57), 209–216.
- [4] Zeneli, M., Nikolopoulos, A., Karellas, S., & Nikolopoulos, N. (2021). Numerical methods for solid-liquid phase-change problems. In *Ultra-High Temperature Thermal Energy Storage, Transfer and Conversion*. LTD.
- [5] Veldman, A. (n.d.). *ComFLOW - dambreak experiment*. 10–12. <http://www.math.rug.nl/~veldman/comflow/dambreak.html>
- [6] Candra, R. (2011). *Analisis Stabilitas Metode Forward Time-Centre Space (Ftcs) Dan Lax-Wendroff Pada Simulasi Penyelesaian Persamaan Adveksi*.

- [7] Schmuck, M. (2015). *Numerical Methods for PDEs*. 1–9. http://compsyst.com/lecture_14.pdf
- [8] Putri, P. I. D., Iskandar, R. F., Adityawan, M. B., Kardhana, H., & Indrawati, D. (2020). 2D Shallow Water Model for Dam Break and Column Interactions. *Journal of the Civil Engineering Forum*, 6(3), 237.
- [9] Lely Hardianti Zandrato, N., Harlan, D., Bagus Adityawan, M., & Kardana Natakusumah, D. (2019). 1D Numerical modelling of dam break using finite element method. *MATEC Web of Conferences*, 270, 04022
- [10] Departemen Pekerjaan Umum. (1995). *Bendungan Besar di Indonesia*. 394.